

José Luis Cendejas Bueno  
Juan Luis del Hoyo Bernat  
Jesús Guillermo Llorente Álvarez  
Manuel Monjas Barroso  
Carlos Rivero Rodríguez

# Ciclo económico y convergencia real en la Unión Europea

Análisis de los PIB per cápita en la UE-15

# Ciclo económico y convergencia real en la Unión Europea

Análisis de los PIB per cápita en la UE-15

**José Luis Cendejas Bueno**<sup>1</sup>

**Juan Luis del Hoyo Bernat**<sup>1</sup>

**Jesús Guillermo Llorente Álvarez**<sup>1</sup>

**Manuel Monjas Barroso**<sup>1</sup>

**Carlos Rivero Rodríguez**<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID*

<sup>2</sup> *UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID*

## ■ Resumen

Analizamos el proceso de convergencia en los PIB per cápita de 15 economías de la Unión Europea (UE-15) y su relación con el ciclo económico durante el periodo 1980 a 2004. Procedemos en tres etapas. En primer lugar, se utilizan modelos univariantes de componentes no observables con y sin cambio de régimen markoviano para fechar las fases del ciclo. En segundo lugar, la elevada sincronía cíclica permite la modelización multivariante del factor cíclico común y de componentes específicos de variación. Por último, se analizan los diferenciales de crecimiento respecto a referencias promedio de la UE-15 y de la UE-12. Estos diferenciales, que deberían recoger un eventual proceso de convergencia, vienen explicados por los componentes cíclicos, común y específicos, previamente estimados. Se comprueba que la importante sincronía cíclica no ha bastado para avanzar en la convergencia. Destaca la presencia de algunos comportamientos incoherentes con convergencia de tipo  $\beta$  a pesar de la presencia de crecimientos a largo plazo, así como también ciertos cambios paramétricos. En consecuencia, no se ha producido una reducción neta de la dispersión de los PIB per cápita de la UE-15.

## ■ Palabras clave

Ciclo económico, convergencia real, modelos de componentes no observables, Unión Europea.

## ■ Abstract

We analyze the relationship between the convergence process in EU-15 per capita GDPs and the business cycle throughout the period 1980 to 2004. We proceed in three stages. In the first, unobserved component models with and without Markov regime changes are employed in order to date business cycle phases. In the second stage, close synchronicity allows the multivariate modelling of a common cyclical factor and idiosyncratic factors. In the third stage, differences in growth rates with respect to average EU-12 and EU-15 references are considered. Such differences, which should show a convergence process, can be explained by the cyclical components previously estimated. It is shown that cyclical coherence has not operated as a causal factor for convergence. On the contrary, evidence has been found that some per capita GDPs do not exhibit  $\beta$  convergence in spite of positive trend growth, as well as some breaks in the model parameters. As a result, no net reduction has been achieved in the dispersion of EU-15 per capita GDPs.

## ■ Key words

Business cycle, real convergence, unobserved component models, European Union.

Al publicar el presente documento de trabajo, la Fundación BBVA no asume responsabilidad alguna sobre su contenido ni sobre la inclusión en el mismo de documentos o información complementaria facilitada por los autores.

*The BBVA Foundation's decision to publish this working paper does not imply any responsibility for its content, or for the inclusion therein of any supplementary documents or information facilitated by the authors.*

La serie Documentos de Trabajo tiene como objetivo la rápida difusión de los resultados del trabajo de investigación entre los especialistas de esa área, para promover así el intercambio de ideas y el debate académico. Cualquier comentario sobre sus contenidos será bien recibido y debe hacerse llegar directamente a los autores, cuyos datos de contacto aparecen en la *Nota sobre los autores*.

*The Working Papers series is intended to disseminate research findings rapidly among specialists in the field concerned, in order to encourage the exchange of ideas and academic debate. Comments on this paper would be welcome and should be sent direct to the authors at the addresses provided in the About the authors section.*

Todos los documentos de trabajo están disponibles, de forma gratuita y en formato PDF, en la web de la Fundación BBVA. Si desea una copia impresa, puede solicitarla a través de publicaciones@fbbva.es.

*All working papers can be downloaded free of charge in pdf format from the BBVA Foundation website. Print copies can be ordered from publicaciones@fbbva.es.*

La serie Documentos de Trabajo, así como información sobre otras publicaciones de la Fundación BBVA, pueden consultarse en: <http://www.fbbva.es>

*The Working Papers series, as well as information on other BBVA Foundation publications, can be found at:* <http://www.fbbva.es>

***Ciclo económico y convergencia real en la Unión Europea:  
Análisis de los PIB per cápita en la UE-15***

© Autores / Authors, 2006

© de esta edición / of this edition: Fundación BBVA, 2006

EDITA / PUBLISHED BY  
Fundación BBVA  
Plaza de San Nicolás, 4. 48005 Bilbao

DISEÑO DE CUBIERTA / COVER DESIGN  
Roberto Turégano

DEPÓSITO LEGAL / LEGAL DEPOSIT NO.: M-33.052-2006  
IMPRIME / PRINTED BY: Rógar, S. A.

Impreso en España – Printed in Spain

La serie Documentos de Trabajo de la Fundación BBVA está elaborada con papel 100% reciclado, fabricado a partir de fibras celulósicas recuperadas (papel usado) y no de celulosa virgen, cumpliendo los estándares medioambientales exigidos por la legislación vigente.

*The Working Papers series of the BBVA Foundation is produced with 100% recycled paper made from recovered cellulose fibre (used paper) rather than virgin cellulose, in conformity with the environmental standards required by current legislation.*

El proceso de producción de este papel se ha realizado conforme a las normas y disposiciones medioambientales europeas y ha merecido los distintivos Nordic Swan y Ángel Azul.

*The paper production process complies with European environmental laws and regulations, and has both Nordic Swan and Blue Angel accreditation.*

## Í N D I C E

1. Introducción .....	5
2. Sobre las convergencias de tipos $\beta$ y $\sigma$ .....	8
3. Ciclo y convergencia real: nuestra propuesta de contrastación ...	11
4. Base de datos: los PIB per cápita en la UE-15 .....	16
5. Análisis univariante de las series de PIB per cápita (1): fechado cíclico en la UE-15 .....	21
6. Análisis univariante de las series de PIB per cápita (2): cambios de régimen y ciclo en la UE-15 .....	37
7. Ciclo común y convergencia en la UE-15 .....	44
8. Diferenciales de crecimiento y convergencia .....	51
9. Cambios paramétricos en el proceso de convergencia .....	64
10. Conclusiones .....	70
Apéndices .....	73
1. Representación en el espacio de los estados de los modelos de componentes no observables utilizados .....	75
2. Convergencia en el modelo multivariante con factor cíclico co- mún .....	80
3. Trimestralización de las series anuales de población .....	81
4. Representación y estimación de los modelos de cambio de régi- men markoviano en el espacio de los estados .....	83
Bibliografía .....	89
Nota sobre los autores .....	91



# 1. Introducción

EL objetivo de este trabajo es el análisis y modelización de la influencia que ha tenido el ciclo económico en los procesos de convergencia real en la Unión Europea, entendida esta convergencia, a falta de posteriores aclaraciones, como acercamiento en los Productos Interiores Brutos (PIB) per cápita. Como es sabido, no sólo la estabilidad macroeconómica constituye un pilar de la constitución económica de la Unión ni es objetivo único de sus políticas económicas. El Tratado de la Unión Europea y previamente el Acta Única mencionan la cohesión económica y social como objetivo prioritario de la Unión.

Al interpretar la cohesión como el grado de homogeneidad entre las diferentes regiones y economías dentro de la Unión, resulta evidente la relación entre cohesión y convergencia real.

La relación entre ciclo económico y convergencia real es evidente si se considera que expansiones más duraderas y robustas, y contracciones más breves y menos profundas, favorecerán el acercamiento de economías que parten de niveles inferiores de renta per cápita hacia niveles mayores. Y que expansiones más breves, o de débil crecimiento, y contracciones más duraderas y profundas pueden retrasarla. De ahí que la localización (fecha-do) de las fases del ciclo, el análisis de su duración y la cuantificación del crecimiento habido a lo largo de las mismas resulten de interés para el análisis de los procesos de convergencia.

Para estudiar la relación entre ciclo y crecimiento, partimos del hecho de que en la dinámica de las economías europeas pueden estar presentes tanto una evolución cíclica similar o compartida<sup>1</sup>, como componentes de variación coyuntural y de crecimiento a largo plazo (es decir, tendenciales) específicos. Han de ser precisamente estos últimos los causantes de un eventual proceso de convergencia real. En consecuencia, analizaremos los diferenciales de la principal variable representativa de la convergencia real, el

---

1. Resulta de interés contrastar la presencia de sincronía cíclica debido a las dificultades que podrían derivarse del hecho de que economías sujetas a una misma política monetaria se encuentren en distintas fases de sus respectivos ciclos. Destacan en este aspecto los trabajos sobre áreas monetarias óptimas (Mundell, 1961; McKinnon, 1963; De Grauwe, 1992) y sobre la existencia de choques asimétricos en uniones monetarias.

PIB trimestral per cápita de cada una de las economías, con respecto a referencias promedio de la UE-12 (eurozona) y de la UE-15 (la Unión antes de la ampliación de mayo de 2004). Proponemos, por tanto, una aproximación diferente al modo en que se ha realizado comúnmente el seguimiento y evaluación de la convergencia entre economías, dando cabida a la dinámica cíclica. El hecho de que las economías europeas hayan podido experimentar diversidad de tasas de crecimiento a lo largo de sus respectivos ciclos puede contribuir a explicar en buena medida sus logros en términos de convergencia real.

En este documento hacemos uso de tres tipos de modelizaciones. En las dos primeras, de modelos de componentes no observables, la estimación de los parámetros y de los componentes se realiza mediante el filtro de Kalman.

En primer lugar, en el modelo univariante de componentes no observables<sup>2</sup> que denominamos de Tendencia Cíclica, consideramos la coexistencia de un componente cíclico y otro tendencial resultado de la acumulación de aquél, así como de un crecimiento medio tendencial (el término de deriva). Este modelo se amplía admitiendo cambios paramétricos de tipo markoviano (Hamilton, 1989) en los términos de deriva, lo que permite comprobar la influencia de las recesiones en el crecimiento a largo plazo.

En segundo lugar, integrando en un modelo multivariante la descomposición univariante anterior para cada una de las series, planteamos la existencia de un factor cíclico común a ellas, junto a la presencia de componentes cíclicos y crecimientos tendenciales específicos. Este modelo, que denominamos de Tendencia Cíclica con factor cíclico común, permite integrar la presencia de componentes cíclicos compartidos entre economías con el hecho de que a largo plazo las trayectorias de crecimiento puedan no converger a pesar de compartir dicha dinámica cíclica. Este modelo es una generalización a series no estacionarias del modelo de Stock y Watson (1989, 1991) de factor cíclico común originalmente formulado para series estacionarias con el fin de obtener indicadores coincidentes de actividad. Por nuestra parte, en las series de PIB trimestral per cápita supondremos un componente cíclico compartido entre economías (*common feature*), así como trayectorias de crecimiento no necesariamente comunes ni convergentes, siendo precisamente la existencia de estas características objeto de contrastación.

En tercer lugar, una vez que nos constan crecimientos a largo plazo diferenciales divergentes respecto a las series de referencia para la UE-12 y

---

2. La referencia básica sobre modelización de componentes no observables es Harvey (1989).

la UE-15, podemos modelizar éstos de modo causal así como comprobar la estabilidad de estas relaciones.

A partir de los modelos de componentes no observables y de los modelos dinámicos para los diferenciales de crecimiento estimados, no resulta evidente una convergencia generalizada hacia los agregados de referencia. Destacan algunos comportamientos no acordes con la convergencia absoluta de tipo  $\beta$  y el escaso avance en la convergencia de tipo  $\sigma$ . Se encuentran también algunos cambios paramétricos a lo largo del periodo relacionados con los cambios institucionales en el proceso de integración europea, así como con el patrón de crecimiento a lo largo del ciclo de algunas economías.

El desarrollo del trabajo es el siguiente. En el capítulo 2 presentamos brevemente los conceptos ya habituales de convergencia de tipos  $\beta$  y  $\sigma$ . En el capítulo 3 planteamos nuestra propuesta para contrastar la relación entre ciclo y convergencia. En el capítulo 4 comentamos la elaboración y características más destacadas de las series de PIB trimestral per cápita. En el capítulo 5 se lleva a cabo el análisis univariante de dichas series así como el fechado cíclico. En el capítulo 6 se procede a la estimación univariante de los modelos con cambio de régimen markoviano que resultará de utilidad al proceder a un fechado de los periodos recesivos alternativo al de la sección anterior. En el capítulo 7 analizamos los resultados de la estimación del modelo multivariante que permite obtener tanto un factor cíclico común como los factores específicos que luego se integrarán como variables explicativas en los modelos de la siguiente sección. En el capítulo 8 calculamos y modelizamos los diferenciales de crecimiento respecto a las referencias UE-12 y UE-15. En el capítulo 9 mediante la estimación por subperiodos y recursivamente de los modelos del capítulo 8 tratamos de hallar posibles cambios paramétricos a lo largo del periodo. Por último, se presentan las conclusiones.



## 2. Sobre las convergencias de tipos $\beta$ y $\sigma$

LA convergencia real es el resultado teórico que los modelos de crecimiento económico exógeno establecen para economías que parten de diferentes niveles de producción y capital per cápita. Suponiendo idéntico estado estacionario entre economías, aquellas cuyo capital per cápita se encuentre más alejado del mismo experimentarán tasas de crecimiento mayores debido a la presencia de rendimientos decrecientes. La igualdad de los estados estacionarios de cada economía se justifica al suponer el acceso a idénticas posibilidades tecnológicas y la existencia de flujos de bienes, servicios y capitales, y, en general, de conocimiento. Este tipo de convergencia denominada de tipo absoluto implicaría tanto un crecimiento diferencial positivo para las economías menos desarrolladas, como una reducción de la dispersión de los niveles de producción o renta per cápita entre países <sup>3</sup>.

Bajo estas premisas, la convergencia de tipo  $\beta$  establece que las economías que parten de menores niveles de capital y renta per cápita terminarán alcanzando el nivel de capital y renta per cápita de las economías más avanzadas. Durante el proceso de convergencia y debido a la presencia de rendimientos decrecientes en el capital, las tasas de crecimiento de las economías que partan de niveles de producción per cápita más reducidos serán mayores hasta alcanzar (*catching up*), eventualmente, los niveles per cápita de las economías más desarrolladas. Por lo tanto, ha de existir una relación inversa entre las tasas de crecimiento de la renta per cápita y sus niveles iniciales. La siguiente ecuación de sección cruzada se puede utilizar para recoger lo dicho:

$$\Delta y_{i,t} = \mu + \beta y_{i,t-1} + u_{i,t} \quad (2.1)$$

---

3. Esto sucede en los modelos de crecimiento exógeno. Por el contrario, los modelos de crecimiento endógeno, que consideran tecnologías con rendimientos constantes en el factor acumulable, predicen la existencia de diferencias permanentes en las tasas de crecimiento entre economías de distinto nivel de desarrollo, lo que impide el logro de la convergencia. No habría relación, por tanto, entre el nivel inicial de renta o capital per cápita y la tasa de crecimiento.

donde  $y_{i,t}$  representa la renta per cápita (en logaritmo) del país  $i$ -ésimo en un periodo  $t$ ,  $y_{i,t-1}$  lo mismo en un periodo previo (sea éste el año anterior, diez años antes, cien, etc.),  $\Delta$  es el operador diferencia,  $\mu$  y  $\beta$  parámetros y  $u_{i,t}$  una perturbación aleatoria. La convergencia de tipo  $\beta$  implica que este parámetro ha de resultar negativo al ser estimado en una sección cruzada de países.

Sin embargo, por ejemplo, Barro y Sala-i-Martin (1995: 7) señalan que el crecimiento per cápita de 1960 a 1990 para un conjunto de 100 economías no presentaba relación con el nivel de Producto Interior Bruto (PIB) per cápita existente en 1960. En el mismo sentido, De la Fuente Moreno (1997) constata el incumplimiento de esta hipótesis. Empíricamente no se corroboraría, por tanto, el tipo de convergencia absoluta recién señalado. En cambio, para agrupaciones de países o regiones de características homogéneas como puedan ser los estados de los Estados Unidos, las regiones europeas, las prefecturas japonesas o los países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), sí se presenta este tipo de convergencia. Es decir, dentro de estas agrupaciones, se constata un crecimiento diferencial positivo de las economías o regiones menos desarrolladas que permitiría, tras el transcurso de un periodo de transición, alcanzar una convergencia real. En consecuencia, se manifestaría un tipo de convergencia que se califica de condicionada (Barro y Sala-i-Martin, 1991, 1992, 1995 y Mankiw, Romer y Weil, 1992). Condicionamiento que lo es con respecto al estado estacionario, no observable, de cada una de las economías consideradas.

Esto es, condicionando a las variables implicadas en la determinación de dicho estado estacionario, sí podría detectarse empíricamente una relación inversa entre el nivel de capital (o renta) per cápita inicial y las tasas de crecimiento. Entre esas variables cabe citar la tasa de inversión, el capital humano, las políticas económicas, la propensión al ahorro o la tasa de fertilidad. En particular, destacan Barro y Sala-i-Martin (1995) que la evidencia empírica muestra que el crecimiento depende de forma directa del capital humano en forma de educación y de niveles de salud, negativamente del peso que tenga el gasto público en el PIB y negativamente del número y grado de las distorsiones sobre los mercados y de la inestabilidad política. De otro lado, influyen positivamente en el crecimiento el peso que tenga la inversión en el PIB, el mantenimiento de las instituciones que garanticen el cumplimiento de las leyes, y el desarrollo de las instituciones financieras y de las infraestructuras. Tales variables deben añadirse en la ecuación (2.1) cuya estimación, en su ausencia, presentaría sesgos por variable omitida.

Además de la reducción de los diferenciales de renta per cápita, el proceso de convergencia implica reducción de la dispersión, proceso al que

Barro y Sala-i-Martin denominan convergencia de tipo  $\sigma$ . Para la reducción de la dispersión, la convergencia de tipo  $\beta$  es necesaria pero no suficiente <sup>4</sup>. Notemos que la ecuación (2.1) puede escribirse como  $y_{i,t} = \mu + (1 + \beta)y_{i,t-1} + u_{i,t}$  y tomando varianzas obtenemos:

$$\sigma_t^2 = (1 + \beta)^2 \sigma_{t-1}^2 + \sigma_u^2 \quad (2.2)$$

De resultar  $\beta$  negativa <sup>5</sup>, se reduce la dispersión a partir de un nivel inicial. Al igual que (2.1), si se considera convergencia condicionada, la ecuación (2.2) debe modificarse convenientemente.

---

4. Por ejemplo, si en (2.2) se parte de una varianza  $\sigma_t^2$  con un valor inferior a la del estado estacionario, podemos tener un aumento de la varianza hacia su valor de estado estacionario, y simultáneamente convergencia de tipo  $\beta$ . Una demostración detallada es Furceri (2005).

5.  $\beta$  se supone también inferior a la unidad en valor absoluto excluyéndose de este modo, en regresiones como (2.1), la posibilidad de alcances sistemáticos, esto es, que las economías que parten de niveles inferiores sistemáticamente superen a las que parten de niveles superiores, así como de saltos en sentido contrario.

### 3. Ciclo y convergencia real: nuestra propuesta de contrastación

EN las ecuaciones (2.1) y (2.2) la presencia de variables en diferentes momentos del tiempo permite plantear la contrastación de la convergencia en el ámbito de las series temporales. A diferencia del análisis de sección cruzada habitualmente seguido para la contrastación de la convergencia, el análisis que proponemos permite, no sólo un análisis estático de la convergencia que resulta de comparar los niveles de renta per cápita (u otra variable) en dos periodos, sino también un seguimiento del *proceso dinámico* de convergencia. Para ello se utilizan modelos de componentes no observables que tratan adecuadamente la no estacionariedad de las series originales.

Además de su interés teórico intrínseco, no puede menoscabarse la utilidad de una aproximación dinámica a la convergencia ya que las variaciones coyunturales de diversos indicadores o variables reciben una lectura positiva o negativa según se acerquen o alejen de un objetivo previamente establecido (por ejemplo, algunos de los requisitos de Maastricht), o bien del valor medio que adopten para un conjunto de países (bien la Unión Europea a 15, a 25 o la zona euro, según los casos). Este tipo de seguimiento resulta de evidente importancia en términos de política económica, por ejemplo, a través de los programas de estabilidad que las economías integrantes de la Unión Europea deben elaborar y actualizar regularmente, o por la dependencia de la concesión de los Fondos de Cohesión y Estructurales respecto de los niveles de Producto Interior Bruto (PIB) per cápita de las economías de la Unión.

En efecto, la evaluación de los procesos de convergencia se fundamenta, desde un punto de vista metodológico, en primer lugar, en la existencia de una referencia cuantitativa hacia la cual se tiende o se debe tender. Esta referencia puede venir fijada a priori por los requisitos de convergencia de Maastricht, o bien ser elaborada mediante otros criterios. En todo caso, al hablar de convergencia, se está considerando explícita o

implícitamente algún tipo de valor de referencia. Resulta de interés el análisis de las implicaciones que tiene para el seguimiento de la convergencia el tipo de referente que se utiliza ya que, si bien, en algunos casos éste viene fijado como objetivo de la política económica, en otras ocasiones no es así. En los casos en que se carece de un referente objetivo respecto al cual realizar el adecuado seguimiento y evaluación de la convergencia, es precisa su objetivación, lo que puede realizarse, en principio, mediante diversas técnicas que pueden ir desde simples promedios, a la elaboración de agregados para el conjunto de la Unión Europea. Así, por ejemplo, en estimaciones de ecuaciones del tipo (2.1) la referencia implícita es un promedio estimado por el propio modelo.

Además de la consideración explícita de las consecuencias que tiene el uso de un determinado referente de convergencia sobre las conclusiones que se alcancen, al realizar la evaluación de los procesos de convergencia, es preciso considerar la incidencia que el ciclo económico tiene sobre la convergencia. Si entendemos la convergencia como un proceso dinámico que afecta a un amplio conjunto de variables de la economía, no puede prescindirse de la dinámica cíclica ni tampoco de la eventual presencia de discontinuidades o rupturas de distinto origen susceptibles de influir en ella.

Como ya dijimos, el objetivo básico de este trabajo se centra en analizar la incidencia que tiene el ciclo económico de referencia sobre los procesos de convergencia. Para ello hemos de corroborar la existencia de un ciclo económico de referencia para el conjunto de la Unión Europea. Su obtención se realizará mediante la estimación de factores comunes dinámicos en modelos de componentes no observables que permitirán la estimación óptima de componentes cíclicos y tendenciales.

Planteamos, por tanto, una ampliación del modo en que se ha realizado el seguimiento y evaluación de la convergencia entre economías dando cabida, desde un comienzo, a la dinámica cíclica. Baste considerar, para darse cuenta de la relevancia de este aspecto, los efectos que el ciclo económico puede tener sobre el logro de la convergencia en términos reales, así como la sincronía cíclica, o su ausencia, en el marco de una política monetaria única.

En efecto, considerando el ciclo económico como la sucesión de fases diferenciadas de expansión y recesión al modo de Burns y Mitchell (1946), piénsese en la brecha que una economía con menor renta per cápita debe salvar para converger creciendo más rápido que la economía que le sirve de referente. Es claro que expansiones más duraderas y robustas, y contracciones más breves y menos profundas, favorecerán su convergencia con respecto a la de referencia. Y expansiones más breves o de débil crecimiento y contracciones más duraderas y profundas pueden retrasarla. De ahí que el

fechado de las fases del ciclo, el análisis de su duración y la cuantificación del crecimiento habido a lo largo de las mismas resulten de interés. El hecho de que las economías europeas hayan podido experimentar diversidad de patrones cíclicos puede contribuir a explicar en buena medida sus logros en términos de convergencia real. Por otra parte, resulta de interés contrastar la presencia de sincronía cíclica dadas las dificultades que podrían derivarse del hecho de que distintas economías sujetas a una misma política monetaria se encontraran en distintas fases en sus respectivos ciclos.

Por tanto, eligiendo como variable representativa para el análisis de la convergencia real el PIB per cápita (sin excluir, por supuesto, la ampliación del análisis a otras variables) <sup>6</sup> procedemos a las siguientes etapas.

En primer lugar, mediante una aproximación univariante a las series trimestrales de PIB per cápita, concretamente mediante la modelización que proponemos de Tendencia Cíclica, consideramos la coexistencia de un componente cíclico y otro tendencial resultado de la acumulación de aquél, así como de un crecimiento medio tendencial. Este modelo se estima, en primer lugar, suponiendo un crecimiento medio tendencial constante, en segundo lugar, permitiendo cambios paramétricos en dicho crecimiento medio conforme a procesos de cambio markoviano siguiendo la propuesta de Hamilton (1989) de modelización de las recesiones. A partir de estos modelos univariantes, en los que no imponemos ningún tipo de característica compartida, es posible llegar a unas primeras conclusiones en torno a la sincronía cíclica, comparando los ciclos obtenidos individualmente y sus respectivos fechados, así como sobre las tasas de crecimiento tendencial habido en el periodo.

En segundo lugar, integrando en un modelo multivariante la descomposición anterior para cada una de las series, planteamos la existencia de un factor cíclico común junto con componentes cíclicos y crecimientos tendenciales específicos. Este modelo, que denominamos de Tendencia Cíclica con factor cíclico común, permite así integrar la presencia de un componente cíclico compartido entre economías, con variaciones coyunturales específi-

---

6. Además del PIB per cápita, el análisis de la convergencia real precisa ampliar el conjunto de variables que sirven de referente habitual en la literatura sobre crecimiento económico. Cabe citar, además de la producción per cápita, las tasas de ocupación y de paro, la tasa de actividad e indicadores de productividad. El desempleo, las dificultades para su reducción sustancial, y el diferencial en tasas de ocupación y de actividad que al día de hoy se mantienen, tanto en el seno de la Unión Europea como en comparación con Estados Unidos, señalan la importancia de las variables del mercado de trabajo como núcleo de la convergencia real. Así queda reflejado en el Pacto Europeo para el Empleo (Colonia, junio de 1999). En esta línea, el Consejo Europeo Extraordinario de Lisboa (marzo de 2000) marcó el objetivo de lograr el pleno empleo en el horizonte del año 2010.

cas y con trayectorias de crecimiento no necesariamente convergentes. Precisamente estos componentes específicos representan las discrepancias de cada una de las series respecto al factor común y constituyen, por construcción, una medida del diferencial de la serie temporal de que se trate con respecto al factor común que le sirve de referencia, permitiendo el seguimiento a lo largo del tiempo del proceso de convergencia hacia el factor común.

En tercer lugar, una vez que nos constan crecimientos a largo plazo que pueden resultar o no convergentes, bien respecto del agregado, bien respecto de una serie de referencia, podemos modelizar éstos de modo causal, así como comprobar la estabilidad de estas relaciones mediante la estimación recursiva de los parámetros.

En consecuencia, analizaremos las discrepancias o diferenciales de las variables informativas con respecto a sus respectivas referencias (sean éstas las fijadas por la Unión Europea, o bien unas elaboradas con ese fin). Dichos diferenciales, al ser series temporales, admiten un análisis en términos de componentes. Su evolución a lo largo del tiempo es susceptible de ser comparada con la evolución del ciclo común para la Unión Europea obtenido con anterioridad. De esta forma, mediante la confrontación de ambas dinámicas (la específica del indicador de convergencia y la del ciclo de referencia) será posible analizar la incidencia del ciclo sobre la reducción o ampliación de dichos diferenciales.

Por último, como hemos señalado anteriormente, si el ciclo económico es capaz de influir en los procesos de convergencia, diversos factores entre los que cabe citar los cambios de la política económica, la inestabilidad financiera o las transformaciones productivas e institucionales, pueden afectar también a la convergencia de modo favorable o desfavorable. La presencia de estos factores apunta la posibilidad de inducir rupturas en las variables reales, nominales, fiscales y financieras mediante las que se realiza el seguimiento y evaluación de los procesos de convergencia. Es preciso, por tanto, contrastar y modelizar en su caso tales rupturas para realizar una correcta interpretación de las variaciones que experimenten las variables consideradas.

La presencia potencial de rupturas en las series obliga al uso generalizado de las técnicas para la detección de su número y localización temporal sin imponer a priori ni uno ni otra. Tales rupturas pueden afectar a los procesos de convergencia. El seguimiento y evaluación de los procesos de convergencia, hasta el momento, se ha venido sustentando en hipótesis de ausencia de rupturas y cambios de régimen que es preciso contrastar. Los procedimientos habituales de modelización de la convergencia no suelen

contemplar la posibilidad de rupturas en las series temporales que se utilizan para dicho seguimiento, limitando así la aplicación de sus resultados. Las técnicas que podemos denominar de cambio estructural <sup>7</sup> parten de supuestos caracterizantes de las series económicas que consideran la posible no constancia de los parámetros y relaciones que integran los modelos econométricos y, por lo tanto, el ámbito no lineal en que se desenvuelve buena parte del análisis cuantitativo, del que no es excepción el de los procesos de convergencia.

---

7. Puede verse como introducción a esta literatura Hansen (2001).



## 4. Base de datos: los PIB per cápita en la UE-15

DADO el objetivo de este documento de trabajo, la influencia que el ciclo tiene en los procesos de convergencia, precisamos de observaciones al menos de tipo trimestral. Esta diferencia en la frecuencia de la observación requerida respecto de la mayor parte de los trabajos sobre convergencia es relevante, dado que el análisis de la convergencia habitualmente se realiza con datos anuales, lo que dificulta la consideración efectiva de las variaciones cíclicas, y para horizontes más largos que el considerado en este trabajo.

La fuente estadística utilizada para las series de Producto Interior Bruto (PIB) ha sido Eurostat que proporciona series trimestrales de la contabilidad nacional en el SEC95 para el conjunto de países de la Unión Europea y en euros para los países que lo han adoptado como moneda. Por nuestra parte, para realizar el análisis propuesto, hemos convertido los PIB de los países no euro (Reino Unido, Dinamarca y Suecia) mediante los tipos de cambio medios habidos de enero de 1999 a marzo de 2004 que fueron de 1,50, 0,134 y 0,110 euros, respectivamente. Para el resto de países y el periodo previo a la fijación de los cambios con el euro, utilizamos la conversión a los cambios oficiales fijados en mayo de 1998 (Eurostat proporciona estas series). En los casos en que las series suministradas por Eurostat no cubrían el periodo muestral requerido, hemos ampliado la muestra hacia el pasado utilizando las tasas de series de PIB trimestral proporcionadas por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). No hemos procedido a ningún tipo de corrección adicional por paridad de poder adquisitivo (PPA) (*purchasing power standards*, PPS).

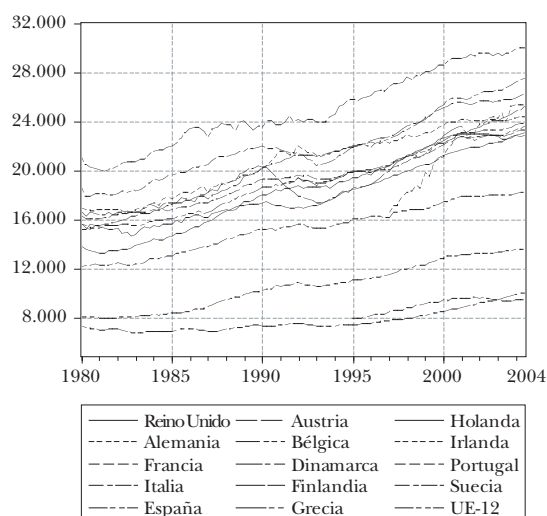
Para la obtención de los niveles de PIB per cápita hemos dividido las cifras de los PIB anteriores entre la población. Las series de población, originalmente anuales (fuente: Eurostat, salvo para España, INE) se han trimestralizado haciendo uso del modelo univariante de Tendencia Cíclica convenientemente modificado para este fin (véase el apéndice 3). Como el crecimiento de la población se produce en las bajas frecuencias su consideración no distorsiona de modo apreciable el comportamiento cíclico de los PIB. Es decir, PIB y PIB per cápita experimentan variación de tipo cíclico similar.

Las series de PIB per cápita representadas en el gráfico 4.1 presentan la evolución a lo largo del periodo enero de 1980-marzo de 2004 del PIB per cápita en miles de euros constantes (base 1995, dato trimestral anualizado) para 14 series<sup>8</sup> de la Unión a 15 y el conjunto de la zona euro (UE-12). Las series trimestrales de Irlanda, Portugal y UE-12 comienzan en enero de 1997, enero de 1995 y enero de 1991, respectivamente.

En las series consideradas en el gráfico 4.1 hay que tener presente el hecho de que no se encuentran ajustadas de PPA. Al ser así, las diferencias en euros entre los PIB per cápita de las distintas economías no se han de interpretar directamente. Eurostat publica las ratios de PIB per cápita ajustadas de PPA anuales<sup>9</sup> (en el cuadro 4.1 presentamos la actualización disponible en abril de 2004) tomando cada año la referencia 100 para el agregado. Por nuestra parte, si interpretamos las ratios de 2004 como los valores alcanzados por supuestos números índice, podemos reescalar las series del gráfico 4.1 y facilitar la interpretación de las distancias relativas entre las series como avances o retrocesos en la convergencia (véase gráfico 4.2). En el gráfico 4.3, mediante la escala logarítmica, se resaltan en mayor medida las series que se han comportado de modo claramente diferenciado del resto.

#### GRÁFICO 4.1: PIB per cápita de la UE-15

(miles de euros al año)



*Nota:* La base corresponde a 1995 y el periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004.

8. En la base de Eurostat, Luxemburgo no cuenta con una serie de PIB trimestral.

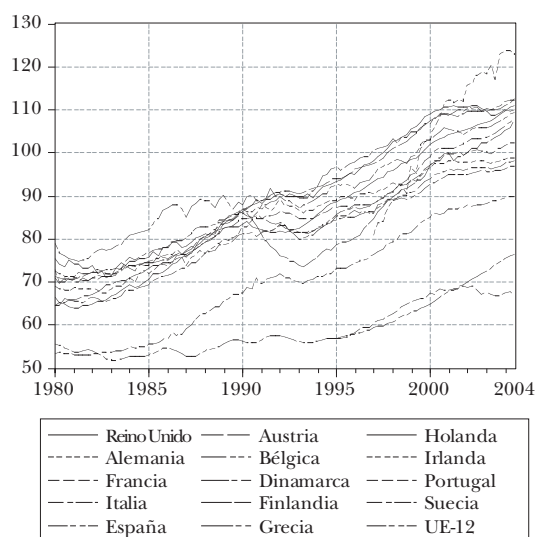
9. Y que son las tenidas en cuenta en las comparaciones intracomunitarias y, entre otras cosas, el acceso a los Fondos de Cohesión y Estructurales. Las cifras que presentamos en el cuadro 4.1 se revisan periódicamente.

**CUADRO 4. 1: PIB per cápita en PPA en 2004**

	Reino Unido	Alemania	Francia	Italia	España	Austria	Bélgica	Dinamarca
UE-25=100	119,9	107,4	110,9	105,0	97,6	121,3	118,0	121,9
UE-15=100	110,1	98,6	101,8	96,4	89,6	111,4	108,4	111,9
	Finlandia	Grecia	Holanda	Irlanda	Luxemburgo	Portugal	Suecia	UE-12
UE-25=100	114,9	82,4	119,6	134,3	216,7	73,3	116,1	106,3
UE-15=100	105,5	75,7	109,8	123,3	199,0	67,3	106,6	97,6

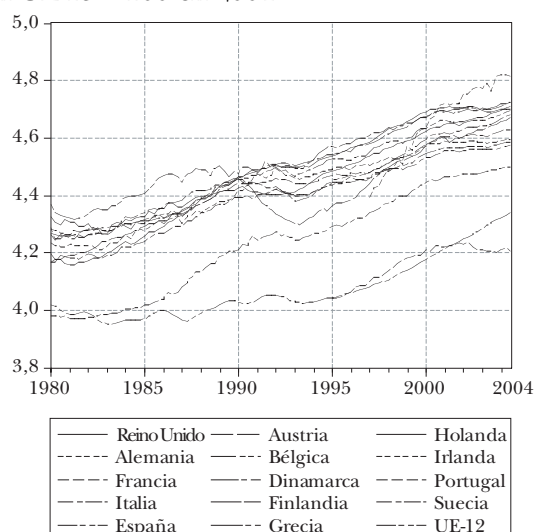
Fuente: Eurostat.

**GRÁFICO 4.2: Evolución de los PIB per cápita con UE-15 = 100 en 2004**



Nota: La base corresponde a 1995 y el periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004.

**GRÁFICO 4.3: Evolución de los PIB per cápita con UE-15 = 100 en 2004**

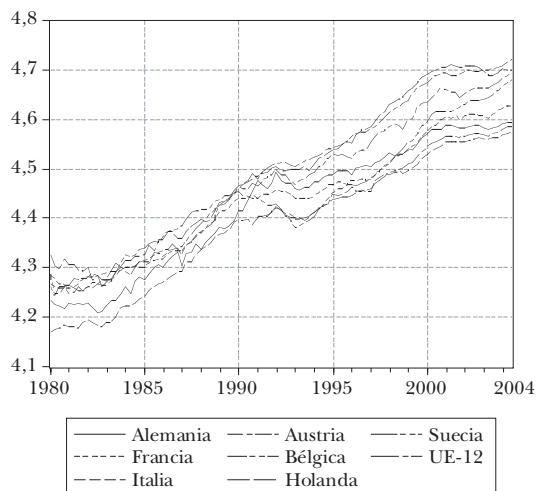


*Nota:* La base corresponde a 1995 y el periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004. La escala es logarítmica

A la vista de estos gráficos resultan evidentes las economías que cuentan con peores niveles de PIB per cápita, esto es, Portugal, Grecia y España. De manera muy clara, Grecia experimenta un proceso de rápido acercamiento desde 1995, pero no antes. España se aproxima de modo más homogéneo a lo largo de todo el periodo. En cambio, Portugal ha frenado su acercamiento desde 2002. Por otro lado, destaca el aumento del PIB per cápita de Irlanda que remonta en pocos años los niveles del resto de países de la Unión Europea (salvo Luxemburgo). Del lado de los mejores, destaca hasta 1990 Dinamarca que se mantiene, junto al Reino Unido, en los niveles más altos de PIB per cápita tanto corrigiendo como sin corregir por PPA. Un comportamiento divergente, pero transitorio, es el de Finlandia cuya economía se vio gravemente afectada por la recesión de inicios de los años noventa y que recupera posteriormente una posición más centrada en la distribución.

Por lo tanto, si tuviéramos que llegar a una primera conclusión a partir de estos gráficos sobre los procesos de convergencia de tipos  $\beta$  y  $\sigma$ , podríamos aceptar la existencia de convergencia de tipo  $\beta$  para los más rezagados a falta del análisis posterior más detallado, y un excepcional *salto de rana* (*leapfrogging*) para Irlanda. En el núcleo de la UE-15 (excluyendo los casos citados en el párrafo anterior) es aparente un comportamiento variable de la dispersión (convergencia de tipo  $\sigma$ ) a lo largo del periodo. En el gráfico 4.4 hemos aislado estas series para comprobar mejor lo dicho (véase también el gráfico 7.2).

**GRÁFICO 4.4: Evolución de los PIB per cápita en algunos países con UE-15 = 100 en 2004**



*Nota:* La base corresponde a 1995 y el periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004. La escala es logarítmica

## 5. Análisis univariante de las series de PIB per cápita (1): fechado cíclico en la UE-15

PROCEDEMOS en este capítulo a modelizar de modo univariante las series de Producto Interior Bruto (PIB) per cápita mediante el modelo denominado de Tendencia Cíclica. Se trata de un modelo de componentes no observables en el cual consideramos la coexistencia de un componente cíclico y otro tendencial que resulta de la acumulación en el tiempo del propio ciclo. Es decir, el crecimiento tendencial se produce en las fases de expansión cíclica y análogamente en sentido contrario. En la tendencia, siguiendo una práctica habitual, incorporamos un término de deriva que, si partimos de los logaritmos de las series, recogerá el crecimiento medio habido en el periodo muestral. Desde estos modelos univariantes, en los que no imponemos (hasta el capítulo 7) ningún tipo de característica compartida, ni cíclica ni tendencial, es posible llegar a unas primeras conclusiones en torno a la sincronía cíclica. Para ello bastará con comparar los ciclos obtenidos a partir de cada serie, así como sus respectivos fechados. Una primera cuantificación de la convergencia de tipo  $\beta$  la obtendremos a partir de las estimaciones de los parámetros de deriva.

El modelo de Tendencia Cíclica constituye una modificación de la descomposición tradicional de Tendencia más Ciclo <sup>10</sup> (Harvey, 1985; Watson,

---

10. En la descomposición de Tendencia más Ciclo  $y_t = T_t + C_t$ . Ambos componentes pueden caracterizarse conforme a modelos de series temporales. La tendencia suele especificarse como un proceso no estacionario, y el componente cíclico, mediante otro estacionario. Una segunda posibilidad de obtener ambos componentes es aplicando procedimientos de filtrado en el ámbito de la frecuencia o mediante algoritmos de suavizado como el filtro de Hodrick y Prescott. No obstante, el uso de filtros ad hoc es ampliamente cuestionado por la posibilidad de introducir importantes distorsiones e información no presente originalmente en los datos. Sobre la denominada espuriedad véanse Harvey y Jaeger (1993), Cogley y Nason (1995) y Murray (2003), entre otros.

1986; Clark, 1987; Nelson, 1988). La principal diferencia con respecto a la descomposición aditiva en Tendencia más Ciclo es que suponemos que el componente tendencial  $T_t$  (no estacionario) acumula el componente cíclico  $C_t$  (estacionario) además de un crecimiento medio que queda recogido en el parámetro de deriva. Por tanto, la serie, habitualmente su transformada logarítmica, es la suma de una tendencia (tendencia cíclica) y ruido blanco:

$$y_t = \log(Y_t) = T_t + e_t \tag{5.1a}$$

donde  $e_t \sim iid N(0, \sigma_e^2)$ . La tendencia cíclica sigue el esquema:

$$T_t = \mu + T_{t-1} + C_{t-1} \tag{5.1b}$$

donde  $\mu$  es el parámetro de deriva y  $C_b$  el componente cíclico, admite una representación de tipo autorregresivo estacionario:

$$\phi(L)C_t = \varepsilon_t \tag{5.1c}$$

con  $\varepsilon_t \sim iid N(0, \sigma_\varepsilon^2)$  y  $E(e_t \varepsilon_s) = 0$  para todo par  $(t, s)$ .  $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$  es un polinomio autorregresivo estacionario de orden  $p$ . La representación del modelo (5.1) en el espacio de estados permite, utilizando el filtro de Kalman, la estimación de los parámetros (los parámetros autorregresivos, la deriva y las varianzas) <sup>11</sup> mediante máxima verosimilitud, así como la obtención de los componentes filtrados tendencial y cíclico,  $T_{t|t}$  y  $C_{t|t}$  (véase el apéndice 1). Los componentes tendencial y cíclico suavizados,  $T_{t|T}$  y  $C_{t|T}$ , se obtienen condicionando a toda la muestra mediante un algoritmo de suavizado de intervalo fijo (Harvey, 1989).

Hay que señalar la importancia de que las series observadas sean compatibles con la modelización de componentes propuesta en el modelo (5.1) u otros análogos, especialmente en lo relativo a la presencia de componentes tendenciales estocásticos, es decir, de raíces unitarias. En este sentido la forma reducida del modelo (5.1) se corresponde, en general, con un modelo ARIMA( $p, 1, p + 1$ ), con  $p$  el orden autorregresivo del componente cíclico en (5.1c). Concretamente:

---

11. Alternativamente, tal como procedemos en este trabajo, se puede estimar la ratio de varianzas de las perturbaciones de la señal y del ruido (*noise variance ratio*)  $nvr = \sigma_\varepsilon^2 / \sigma_e^2$ . Véase Young (1994). De otra parte, las hipótesis establecidas en torno a la estructura de covarianzas entre los ruidos aseguran la identificación del modelo.

$$\phi(L)(\Delta y_t - \mu) = \varepsilon_{t-1} + \phi(L)\Delta e_t \quad (5.2)$$

Por este motivo, previamente a la modelización (5.1) presentamos, en el cuadro 5.1, los resultados de los contrastes de raíces unitarias<sup>12</sup> en los que se confirman como series I(1) (integradas de orden 1) 12 de las 15 series de PIB per cápita. Las excepciones son Reino Unido, Grecia y Suecia. No obstante, los resultados no se mantienen para Reino Unido y Suecia si se contrasta mediante el test de Dickey-Fuller aumentado para la hipótesis I(2) (integradas de orden 2). Esta disparidad en los contrastes se debe a la elevada autocorrelación en las series de PIB diferenciadas que provoca la recesión de inicios de los años noventa.

Los resultados de las estimaciones del modelo de Tendencia Cíclica (5.1) se presentan en el cuadro 5.2. En él, la primera de las columnas es la relativa a la deriva que permite comprobar la existencia de crecimientos diferenciales a lo largo del periodo que acumulados en largos horizontes son precisamente los que proporcionan una primera medida de la convergencia. El orden autorregresivo de los componentes cíclicos es  $p = 1$  en todos los casos. Los parámetros autorregresivos estimados muestran una elevada persistencia cíclica. Las ratios de varianza ruido son significativas en la mayor parte de los casos<sup>13</sup>. Ambas características confirman la importancia de un componente cíclico en las series, tal como ha sido caracterizado conforme a la ecuación (5.1).

Podemos utilizar los resultados de las estimaciones del cuadro 5.2 para comprobar la presencia de convergencia de tipo  $\beta$ . En el gráfico 5.1 se representa la recta de regresión habitual en este tipo de análisis, esto es, de los crecimientos medios anuales (hemos utilizado los valores estimados del cuadro 5.2 anualizados) sobre los logaritmos de los niveles iniciales de PIB per cápita. La correlación ha resultado negativa, del 33%, lo que resulta coherente con la existencia de convergencia de tipo  $\beta$ . Sin embargo, la estimación de la pendiente de la regresión no es significativa. Téngase en cuenta el escaso número de economías considerado y la distorsión que puede su-

---

12. El contraste efectuado es el de Elliot-Rothemberg-Stock (1996) implantado en el programa de estimación E-Views. La hipótesis nula es la existencia de raíz unitaria. Los regresores exógenos considerados en  $\log(y_t)$  han sido una constante y una tendencia lineal, y en  $\Delta \log(y_t)$  una constante. En cada celda del cuadro 5.1, en primer lugar figura el valor del estadístico. Los tres valores siguientes se corresponden con los niveles críticos al 1, 5 y 10%. El número de retardos es el seleccionado por el criterio de Schwartz.

13. Para Irlanda, el escaso número de observaciones y el ruido de la serie han obligado a estimar la inversa de la ratio *nr* para conseguir la convergencia del algoritmo y la estimación de un componente cíclico que, no obstante, resulta comparativamente más ruidoso que el del resto de las series.



poner un solo caso. En efecto, de eliminar de la muestra el Reino Unido que es la economía que más ha crecido sin partir de niveles bajos, la correlación aumenta al 42%. Si eliminamos además Grecia, la economía que parte de niveles más reducidos y que no ha crecido en exceso en la media del periodo, la correlación aumenta hasta el 67% y el coeficiente de la regresión es significativo al 5%. El resto de economías, a falta del análisis más detallado que realizamos posteriormente, parecería ajustarse en mayor medida a la convergencia de tipo  $\beta$ . En este sentido, con un menor nivel inicial de PIB per cápita y un mayor crecimiento está España y, con niveles de partida más elevados y tasas de crecimiento más reducidas, Alemania y Francia.

**CUADRO 5.1: Contrastes de raíz unitaria en las series de PIB per cápita de la UE-15**

	$\log(Y)$	$\Delta\log(Y)$		$\log(Y)$	$\Delta\log(Y)$
<b>Reino Unido</b>	10.2093	9.6150	<b>Finlandia</b>	35.5632	3.0553
	4.2592	1.9484		1.9484	1.9468
	5.6416	3.1072		3.1072	3.1044
	6.7896	4.1648		4.1648	4.1596
	(lag = 3)	(lag = 2)		(lag = 3)	(lag = 2)
	Se acepta	Se acepta		Se acepta (sin tendencia lineal)	Se rechaza al 5%
<b>Alemania</b>	19.4709	0.6147	<b>Grecia</b>	208.2189	18.1466
	4.2592	1.9484		4.2592	1.9484
	5.6416	3.1072		5.6416	3.1072
	6.7896	4.1648		6.7896	4.1648
	(lag = 0)	(lag = 0)		(lag = 12)	(lag = 11)
	Se acepta	Se rechaza		Se acepta	Se acepta
<b>Francia</b>	9.4694	2.3344	<b>Holanda</b>	38.0408	0.6259
	4.2592	1.9484		4.2592	1.9484
	5.6416	3.1072		5.6416	3.1072
	6.7896	4.1648		6.7896	4.1648
	(lag = 2)	(lag = 1)		(lag = 0)	(lag = 0)
	Se acepta	Se rechaza al 5%		Se acepta	Se rechaza
<b>Italia</b>	22.8568	0.8662	<b>Irlanda</b>	20.4964	2.9956
	4.2592	1.9484		4.2200	1.8700
	5.6416	3.1072		5.7200	2.9700
	6.7896	4.1648		6.7700	3.9100
	(lag = 0)	(lag = 0)		(lag = 0)	(lag = 0)
	Se acepta	Se rechaza		Se acepta	Se rechaza al 10%

**CUADRO 5.1 (continuación): Contrastes de raíz unitaria en las series de PIB per cápita de la UE-15**

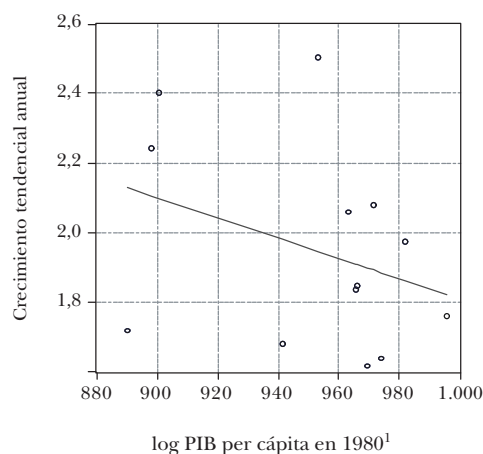
	$\log(Y_t)$	$\Delta\log(Y_t)$		$\log(Y_t)$	$\Delta\log(Y_t)$
<b>España</b>	<u>8.1369</u>	<u>2.6291</u>	<b>Portugal</b>	<u>91.6124</u>	<u>3.6944</u>
	4.2592	1.9484		4.2200	1.8700
	5.6416	3.1072		5.7200	2.9700
	6.7896	4.1648		6.7700	3.9100
	(lag = 3)	(lag = 2)		(lag = 0)	(lag = 1)
	Se acepta	Se rechaza al 5%		Se acepta	Se rechaza al 10%
<b>Austria</b>	<u>28.3923</u>	<u>1.3892</u>	<b>Suecia</b>	<u>34.0922</u>	<u>20.1402</u>
	4.2592	1.9484		4.2592	1.9468
	5.6416	3.1072		5.6416	3.1044
	6.7896	4.1648		6.7896	4.1596
	(lag = 0)	(lag = 0)		(lag = 1)	(lag = 3)
	Se acepta	Se rechaza		Se acepta	Se acepta
<b>Bélgica</b>	<u>26.2831</u>	<u>1.4781</u>	<b>UE-12</b>	<u>18.3328</u>	<u>1.0821</u>
	4.2592	1.9468		4.2240	1.8764
	5.6416	3.1044		5.7120	2.9812
	6.7896	4.1596		6.7720	3.9308
	(lag = 0)	(lag = 0)		(lag = 1)	(lag = 0)
	Se acepta	Se rechaza		Se acepta	Se rechaza
<b>Dinamarca</b>	<u>14.4300</u>	<u>0.8988</u>			
	4.2592	1.9484			
	5.6416	3.1072			
	6.7896	4.1648			
	(lag = 0)	(lag = 0)			
	Se acepta	Se rechaza			

*Nota:* Los periodos abarcan desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004, salvo para los casos de Irlanda (primero de 1997 a tercero de 2004), Portugal (primero de 1995 a tercero de 2004) y UE-12 (primero de 1991 a tercero de 2004). Véase nota 12.

**CUADRO 5.2: Estimaciones del modelo univariante de Tendencia Cíclica (ecuación 5.1) para las series de PIB per cápita de la UE-15**

	$\mu$	$\phi_1$	$nvr = \sigma_\varepsilon^2 / \sigma_c^2$		$\mu$	$\phi_1$	$nvr = \sigma_\varepsilon^2 / \sigma_c^2$
<b>Reino Unido</b>	0,6255 (0,1108)	0,7960 (0,0693)	0,0486 (0,0207)	<b>Finlandia</b>	0,5149 (0,3202)	0,8785 (0,0587)	0,1438 (0,0505)
<b>Alemania</b>	0,4096 (0,0913)	0,7840 (0,0997)	0,0565 (0,0308)	<b>Grecia</b>	0,4296 (0,1670)	0,8303 (0,0828)	0,0793 (0,0475)
<b>Francia</b>	0,4039 (0,0950)	0,7974 (0,1078)	0,0346 (0,0215)	<b>Holanda</b>	0,4586 (0,1043)	0,8713 (0,0615)	0,0337 (0,0172)
<b>Italia</b>	0,4203 (0,0941)	0,8213 (0,0930)	0,0278 (0,0210)	<b>Irlanda</b>	1,3354 (0,3236)	0,2888 (0,2696)	$nvr^!$ : 1,4217 (0,4889)
<b>España</b>	0,6004 (0,1598)	0,8849 (0,0575)	0,0306 (0,0141)	<b>Portugal</b>	0,5601 (0,3430)	0,9510 (0,0882)	0,0324 (0,0264)
<b>Austria</b>	0,5196 (0,0963)	0,8395 (0,0735)	0,0264 (0,0134)	<b>Suecia</b>	0,4936 (0,1464)	0,7968 (0,0915)	0,0839 (0,0406)
<b>Bélgica</b>	0,4616 (0,0814)	0,6669 (0,1495)	0,0662 (0,0447)	<b>UE-12</b>	0,3763 (0,1284)	0,8524 (0,1092)	0,0160 (0,0159)
<b>Dinamarca</b>	0,4399 (0,0873)	0,6106 (0,1262)	0,1036 (0,0575)				

*Nota:* Los periodos abarcan desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004, salvo para los casos de Irlanda (primero de 1997 a tercero de 2004), Portugal (primero de 1995 a tercero de 2004) y UE-12 (primero de 1991 a tercero de 2004). Entre paréntesis aparece el error estándar de la estimación.

GRÁFICO 5.1: Convergencia de tipo  $\beta$  en los PIB per cápita de la UE-15

<sup>1</sup> Se excluye el dato de Irlanda, por resultar claramente atípico, y el del agregado UE-12. Para Portugal el dato inicial de PIB per cápita corresponde al primer trimestre de 1995.

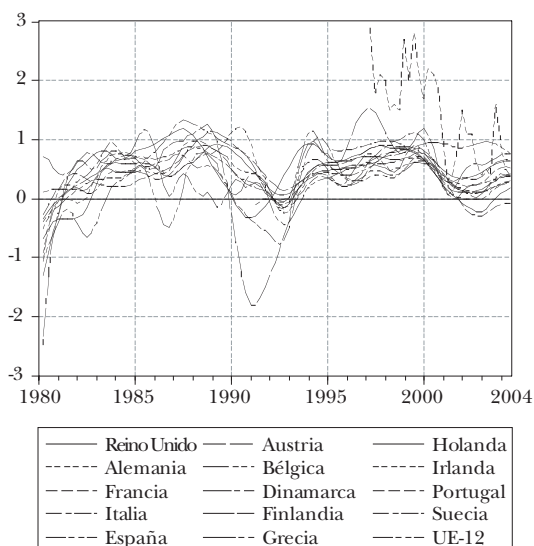
No obstante, el mayor interés del modelo de Tendencia Cíclica (5.1) no está en este tipo de análisis, sino en el que constituye precisamente el objeto de este trabajo, esto es, la influencia del ciclo en la convergencia. En relación con ambos conceptos es preciso aclarar que el de convergencia, tal como se utiliza habitualmente, está relacionado con el acercamiento en niveles per cápita de cierta variable o indicador. En este sentido, se habla de convergencia de tipo  $\beta$ . Adicionalmente hemos visto que la convergencia implica también reducción de la dispersión, esto es, convergencia de tipo  $\sigma$ . La caracterización de las series conforme al modelo de Tendencia Cíclica (5.1) permite la consideración de un nuevo tipo de convergencia, ya considerado en macroeconomía aplicada, aunque no por la teoría del crecimiento. Podemos hablar de *convergencia en fase cíclica* (véase el apéndice 2), que consistiría en una coincidencia progresiva de las fases de auge y recesión (bajo la perspectiva del ciclo clásico)<sup>14</sup>, así como de las fases de aceleración y de reducción del crecimiento (bajo la perspectiva del ciclo en tasas). La plena convergencia cíclica implicaría la existencia de un ciclo compartido por distintas economías. Adicionalmente, de resultar también la amplitud cíclica

14. El ciclo clásico lo define Mitchell en 1927 como: «Los *ciclos de negocios* (*business cycles*) son un tipo de fluctuación que se encuentra en la actividad económica agregada de las naciones que organizan su trabajo principalmente en *empresas de negocios* (*business enterprises*): un ciclo está compuesto de expansiones que tienen lugar de forma aproximadamente simultánea en múltiples actividades económicas, seguidas de recesiones, contracciones y recuperaciones también generales, que se unen con la fase de expansión del siguiente ciclo; esta sucesión de cambios es recurrente pero no periódica; la duración de los ciclos de negocios varía desde más de un año hasta diez o

ca semejante, habría que hablar de *convergencia en fase y amplitud*. La modelización multivariante que realizamos en el siguiente apartado permite una caracterización precisa de estos conceptos. De momento, podemos comprobar el importante grado de sincronía cíclica en la UE-15 en los gráficos 5.2 y 5.3.

Si bien, a partir de estos gráficos, parece evidente la presencia de una variación cíclica similar, para corroborarla, se plantea posteriormente un modelo multivariante de factor cíclico común. Una forma de comprobar la presencia de sincronía cíclica consiste en fechar las fases cíclicas y comparar entre economías. Atenderemos, según lo expuesto, tanto al ciclo clásico como al de tasas. A partir de los componentes tendenciales obtenidos de las estimaciones de los modelos univariantes del cuadro 5.2 hemos procedido a localizar estas fases. Los resultados se muestran en los cuadros 5.3 y 5.4 para el ciclo clásico y el de tasas, respectivamente.

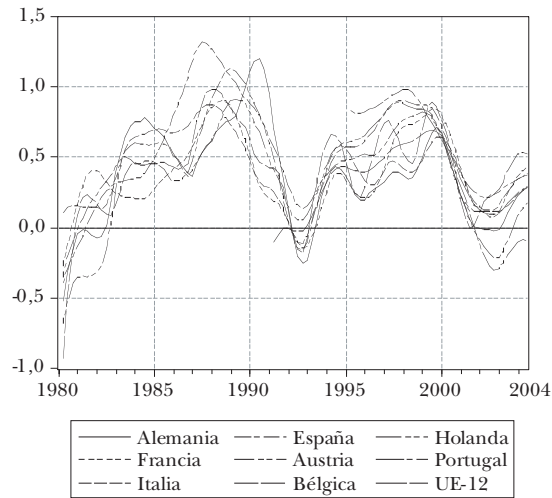
**GRÁFICO 5.2: Componentes cíclicos para las series de PIB per cápita de la UE-15**



*Nota:* El periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004.

doce; no son divisibles en ciclos más cortos de carácter similar con amplitudes que se aproximen a las suyas». Esta definición corresponde a la definición clásica del ciclo como sucesión de estados diferenciados utilizada, por ejemplo, por el National Bureau of Economic Research (NBER) de Estados Unidos. Frente a esta aproximación, la macroeconomía teórica y aplicada ha insistido en mayor medida en concebir el ciclo como ciclo en desviaciones sin contemplar la necesidad de distinguir estados en el nivel de actividad económica. Dentro de este segundo enfoque, se concibe el ciclo como desviación persistente con respecto a una tendencia, es decir (5.1a), se vería modificada por  $y_t = T_t + C_t$ , esto es, un modelo de Tendencia más Ciclo (véase la nota a pie número 10).

**GRÁFICO 5.3: Componentes cíclicos para algunas series de PIB per cápita de la UE-15**



*Nota:* El periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004.

En los gráficos 5.2 y 5.3 están representados los componentes cíclicos estimados a partir del cuadro 5.2 desplazados sobre el nivel 0 conforme al término de deriva estimado. Es decir, lo que está representado es el crecimiento tendencial o subyacente de las series que, según el modelo (5.1), varía con el componente cíclico. En efecto, a partir de (5.1b) diferenciando, se obtiene:

$$\Delta T_t = \mu + C_{t-1} \quad (5.3)$$

y en consecuencia, en (5.1a) se descompone la tasa de crecimiento de la serie en un crecimiento tendencial y en la variación del error de observación, es decir:

$$\Delta y_t = \Delta T_t + \Delta e_t = \mu + C_{t-1} + \Delta e_t \quad (5.4)$$

En el contexto del concepto de ciclo clásico, es práctica habitual considerar que el comienzo de una recesión en el PIB trimestral (el máximo cíclico, *peak*) tiene lugar en  $t$  cuando  $\{\Delta y_t > 0, \Delta y_{t+1} < 0, \Delta y_{t+2} < 0\}$ , y su fin (el mínimo cíclico, *trough*) cuando  $\{\Delta y_{t-1} < 0, \Delta y_t < 0, \Delta y_{t+1} > 0\}$ <sup>15</sup>. Según (5.4), si

15. Para Estados Unidos, el NBER elabora un fechado del ciclo clásico que tiene en cuenta un conjunto de indicadores de actividad mensual principalmente, no sólo el PIB. Se trata de un

$\Delta y_t < 0$ , tendremos que  $\Delta T_t + \Delta e_t = \mu + C_{t-1} + \Delta e_t < 0$ . Si prescindimos del ruido de observación, la regla de fechada expuesta para el PIB debería poder aproximarse razonablemente mediante  $\Delta T_t < 0$ , siendo  $T_t$  la tendencia del PIB. No obstante, la aproximación entre ambas reglas de fechada, mediante el crecimiento del PIB, o bien mediante el crecimiento tendencial  $\Delta T_t$ , depende de la ratio varianza ruido  $\sigma_\varepsilon^2 / \sigma_e^2$  que, en series de PIB, suele ser muy reducida. Como se observa posteriormente en el gráfico 5.4, las recesiones en el PIB no siempre dan lugar a crecimientos negativos de la tendencia si estas recesiones no tienen una duración lo bastante prolongada o si la tasa del PIB se comporta de modo errático.

De otro lado, el fechado a partir exclusivamente de las tasas de crecimiento del PIB (cuyos resultados presentamos en el cuadro 5.3) también puede presentar dificultades. Si se aplica la regla expuesta que, resumidamente, exige al menos dos trimestres de crecimiento negativo para afirmar la presencia de una recesión, sucede que, en series erráticas, hay cambios de signo sin la permanencia necesaria, o bien se alternan crecimientos casi nulos con negativos. En consecuencia, utilizar este criterio constituye una primera aproximación debiendo completarse el análisis con otras series de indicadores y otras metodologías, por ejemplo, modelos de cambio de régimen markoviano.

Por lo que se refiere al ciclo en tasas, es decir, a la sucesión de aceleraciones y reducciones en el crecimiento (los signos de  $\Delta^2 y_t$ ) quedan recogidos razonablemente en la variación del crecimiento tendencial, es decir, en  $\Delta^2 T_t$ , tanto mejor cuanto más reducida sea la varianza de  $\Delta^2 e_t$ . La segunda diferencia del componente tendencial se relaciona con el componente cíclico mediante  $\Delta^2 T_t = \Delta C_{t-1}$ . En el cuadro 5.4 presentamos el fechado del ciclo en tasas, concretamente los periodos de reducción del crecimiento de las economías analizadas. Por su parte, en el gráfico 5.4 podemos comprobar que el crecimiento tendencial  $\Delta T_t$  aproxima de manera *suave* las tasas de variación de la serie y, en consecuencia, podría utilizarse para medir el crecimiento subyacente de las series.

La relación entre ambos ciclos, clásico y en tasas, proviene del hecho de que la entrada en recesión ha de venir lógicamente precedida de una reducción en el crecimiento. En caso de que ésa fuera siempre la secuencia, esto es, a toda desaceleración siguiera una recesión, los máximos locales en la diferencia de la tendencia podrían servir de señales anticipadas de episo-

---

*juicio de expertos* que no siguen un procedimiento mecánico de decisión. La regla de crecimiento del PIB mencionada constituye, de todos modos, una buena aproximación a dicho fechado.

dios recesivos. No obstante, no siempre sucede así como se comprueba en el gráfico 5.4.

A partir de estos gráficos y de las fechas de los cuadros 5.3 y 5.4, se aprecian las fases del ciclo compartidas por las distintas economías. Las recesiones más destacadas se localizan a inicios de los años ochenta, a comienzos de los noventa, y más recientemente de 2001 a 2003. En todas las series están presentes estos episodios, si bien con gravedad desigual por lo que no siempre dan lugar a crecimientos negativos y, por lo tanto, no siempre es posible localizar dos trimestres consecutivos de crecimiento negativo en el PIB <sup>16</sup>.

La sincronía cíclica obedece tanto a *choques* externos comunes como a la propagación de los niveles de actividad entre economías a través del comercio exterior, los flujos financieros y los estados compartidos de expectativas. Así, la coincidencia de los periodos recesivos de inicios de los años ochenta tiene relación con las subidas en el precio del petróleo, que constituyen un choque externo que afecta de modo simultáneo a las distintas economías, pero también con respuestas de política económica semejantes. A inicios de los años noventa están presentes dos fases recesivas localizadas en 1990 y 1992. La primera afecta en mayor medida al Reino Unido, Dinamarca, Grecia y Finlandia, si bien en el resto de economías se reducen las tasas de crecimiento. La segunda fase recesiva está ligada a la crisis del Sistema Monetario Europeo cuyo detonante fue la subida de tipos de interés que realizó Alemania tras su reunificación. La última recesión comienza con la subida de tipos de interés en Estados Unidos y la zona euro en 2000 y profundiza con los atentados del 11-S. Las enormes dificultades que experimentan las economías centrales de Europa, Francia y Alemania especialmente, para retomar su papel como motores del crecimiento, dan lugar a un segundo episodio recesivo, o de débil crecimiento, según los casos, desde finales de 2002 hasta mediados de 2003.

---

16. Señalemos que hemos comprobado que al considerar las series de PIB en niveles, y no per cápita, no se aprecian variaciones apreciables en los fechados de los cuadros 5.3 y 5.4 salvo por un trimestre y en muy pocas ocasiones. Como ya indicamos, el crecimiento de la población no distorsiona la información de tipo cíclico que contienen las series de PIB.



**CUADRO 5.3: Fechado del ciclo clásico<sup>1</sup> a partir de las series trimestrales de PIB per cápita: periodos recesivos**

Reino Unido	Alemania	Francia	Italia	España
-1981.1	-1982.3	-1980.4	1982.1-1982.4	1980.4-1981.4
1990.2-1991.3	1991.1-1991.3	1992.3-1993.4	1992.1-1992.4	1992.1-1993.2
	1992.1-1993.2	1995.2-1996.4	2001.2-2001.4	
	1995.2-1996.1	2002.3-2003.2	2002.4-2003.4	
	2001.2-2001.4			
	2002.3-2003.2			
Austria	Bélgica	Dinamarca	Finlandia	Grecia (tasa interanual)
-1981.1	-1980.4	-1981.2		-1981.1
1982.3-1983.1				1981.4-1983.1
1983.4-1984.2		1986.2-1987.1		1986.1-1987.2
1985.3-1986.1		1989.1-1990.1		
		1990.3-1991.1	1989.4-1993.2	1989.4-1990.3
1992.2-1993.1	1992.1-1993.1	1992.3-1993.2		1991.4-1993.3
	1995.3-1996.1			
	1998.2-1998.4			
2000.4-2001.3	2000.4-2001.4			
2002.2-2002.4		2002.3-2003.3		
Holanda	Portugal (1997.1-2004.3)	Suecia	UE-12 (1991.1-2004.3)	
-1982.4		1981.1-1981.3	1992.1-1993.1	
		1990.1-1993.1	2002.4-2003.2	
2001.2-2002.1	2000.3-2001.1			
2002.3-2003.2	2002.2-2003.4			

<sup>1</sup> El criterio para fechar una recesión ha sido el de considerar que tiene lugar un máximo cíclico en  $t$  (el comienzo de una recesión) cuando  $\{\Delta y_t > 0, \Delta y_{t+1} < 0, \Delta y_{t+2} < 0\}$ , y un mínimo cíclico en  $t$  (el final de una recesión) cuando  $\{\Delta y_{t-1} < 0, \Delta y_t < 0, \Delta y_{t+1} > 0\}$ .

*Nota:* El periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004.

**CUADRO 5.4: Fechado del ciclo en tasas<sup>1</sup> a partir del componente cíclico de las series de PIB per cápita: periodos de crecimiento decreciente**

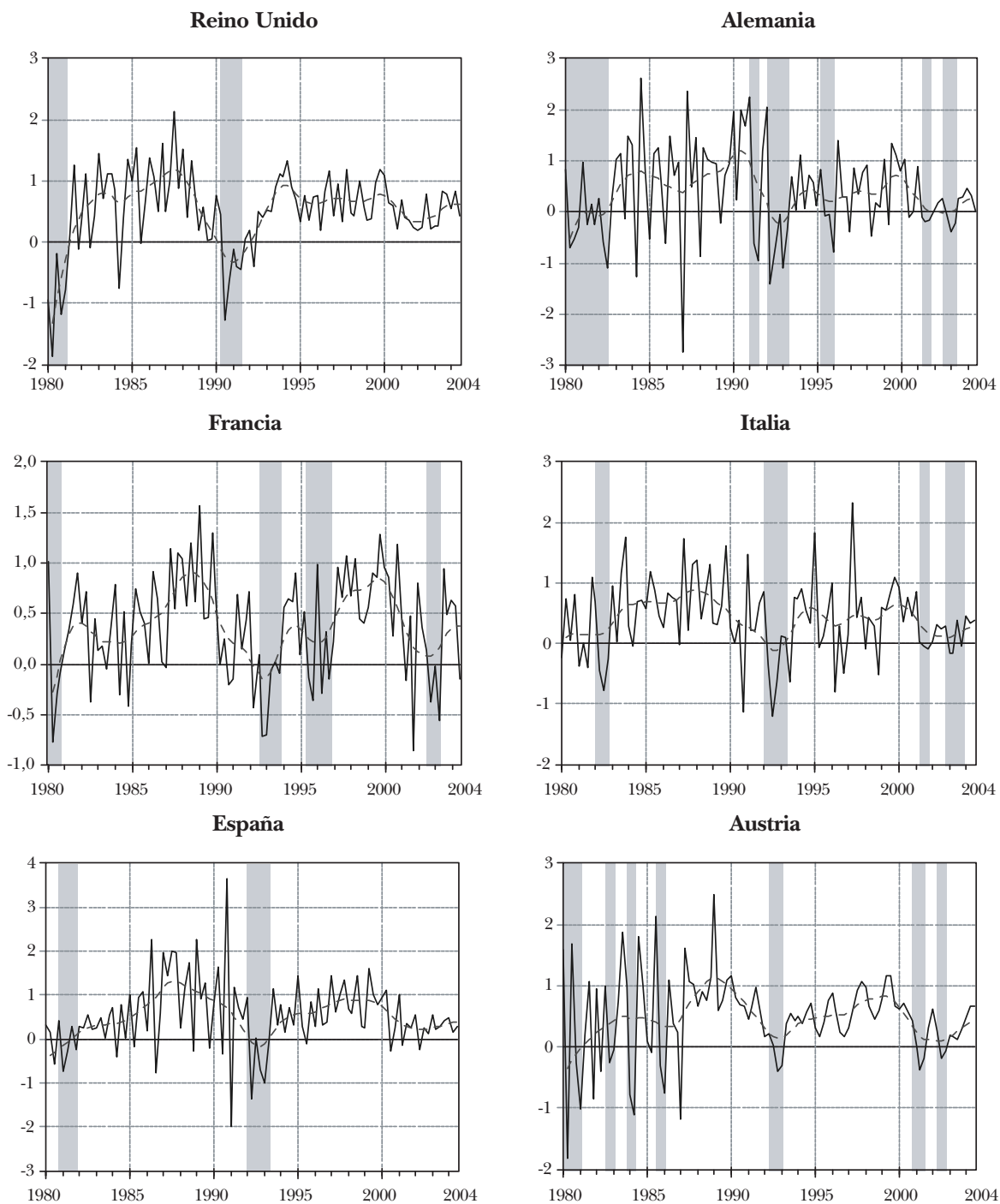
Reino Unido	Alemania	Francia	Italia	España
	1981.2-1982.1	1981.4-1984.2	-1982.2	
1983.2-1984.2			1983.4-1984.2	1987.3-1992.4
	1984.3-1987.1		1985.2-1986.1	
1987.3-1991.1	1990.3-1992.4	1988.3-1992.4	1988.1-1992.4	
1994.1-1995.4	1994.3-1995.4	1994.4-1996.1	1994.4-1996.2	1995.1-1995.3
1997.2-1998.3	1997.4-1998.2		1997.3-1998.3	1997.4-2002.2
1999.4-2002.1	1999.4-2002.4	1999.4-2002.4	2001.1-2002.4	
Austria	Bélgica	Dinamarca	Finlandia	Grecia
	1981.3-1982.4	1982.1-1982.4	1982.3-1983.3	1981.3-1982.3
1983.3-1984.2	1984.1-1984.3	1984.1-1984.3		
1984.4-1986.2	1985.3-1986.2	1985.3-1986.4	1984.3-1985.4	1985.2-1986.4
		1987.3-1989.2	1988.4-1991.2	1988.3-1990.2
1989.1-1992.4	1988.1-1992.4	1990.2-1990.4		
		1991.2-1992.2		1991.2-1992.4
	1994.2-1995.4	1994.2-1995.3	1994.2-1995.3	
	1997.2-1998.3	1997.1-1998.2	1997.2-1998.4	
1999.1-2002.2	1999.3-2001.3	1999.4-2002.4	2000.1-2001.2	2000.3-2002.1 2003.2-
Holanda	Portugal	Suecia	UE-12	
	(1997.1-2004.3)		(1991.1-2004.3)	
1984.1-1984.4		1983.4-1985.4		
1985.2-1986.4		1987.2-1988.2		
1989.2-1992.3		1988.4-1992.3	1992.1-1992.3	
		1994.3-1996.2	1994.4-1995.4	
1997.4-2003.1	1998.2-2002.4	1999.3-2001.2	1999.3-2002.4	

<sup>1</sup> El criterio para fechar una fase de crecimiento decreciente ha sido el de considerar que tiene lugar un máximo crecimiento en  $t$  cuando  $\{\Delta C_{t/T} > 0, \Delta C_{t+1/T} < 0, \Delta C_{t+2/T} < 0\}$ , y un crecimiento mínimo en  $t$  cuando  $\{\Delta C_{t-1/T} < 0, \Delta C_{t/T} < 0, \Delta C_{t+1/T} > 0\}$ , donde  $C_{t/T}$  es el componente cíclico suavizado obtenido en los modelos de tendencia cíclica del cuadro 5.2.

Nota: El periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004.

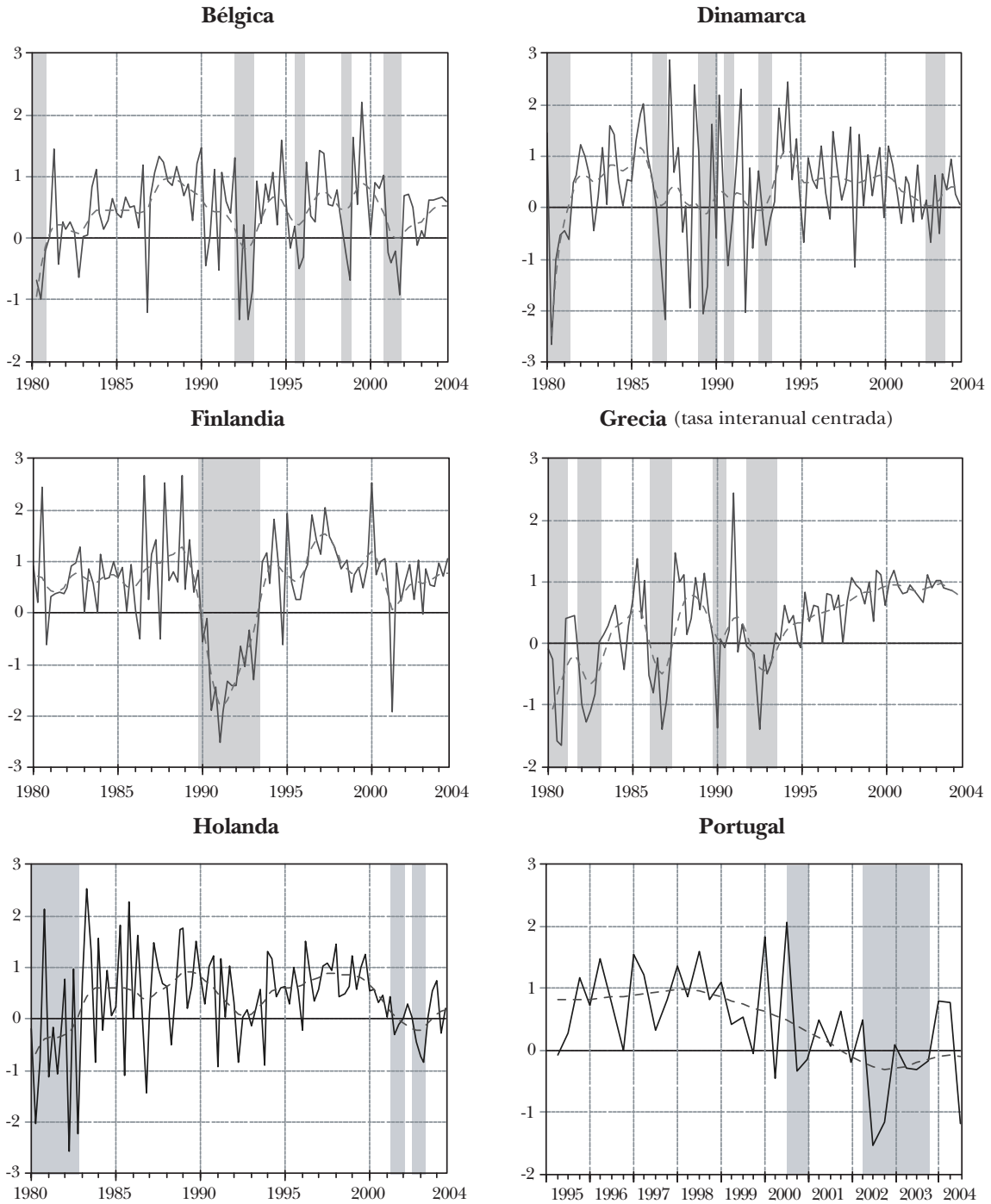
**GRÁFICO 5.4: Tasas de variación y componentes cíclicos suavizados**

(diferencias de las tendencias)



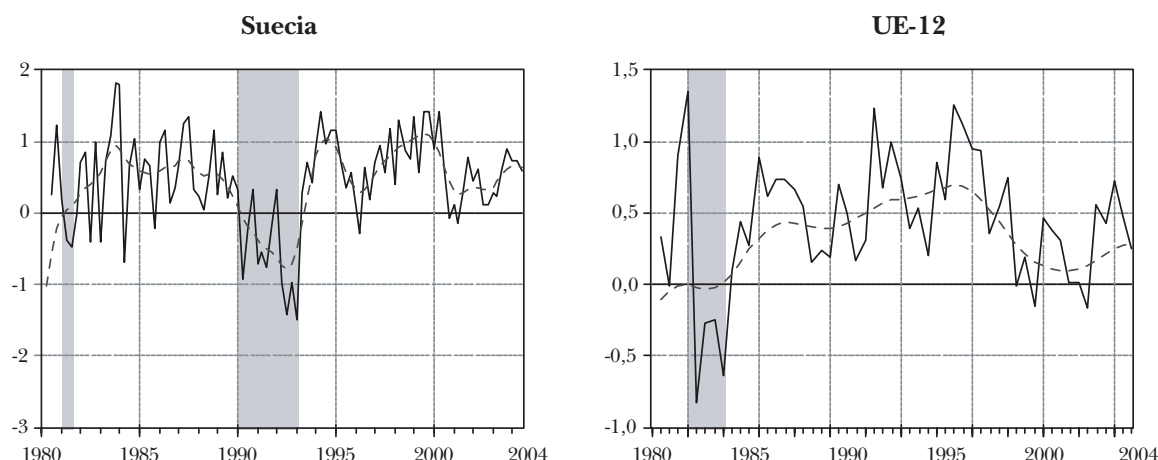
**GRÁFICO 5.4 (continuación): Tasas de variación y componentes cíclicos suavizados**

(diferencias de las tendencias)



**GRÁFICO 5.4 (cont.): Tasas de variación y componentes cíclicos suavizados**

(diferencias de las tendencias)



Nota: Sombreado: recesiones en el PIB según el criterio del cuadro 5.3. El periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004 salvo para los casos de Portugal (primero de 1995 a tercero de 2004) y UE-12 (primero de 1991 a tercero de 2004)

A pesar de que, a partir de las series de PIB per cápita, es evidente la importante sincronía cíclica entre economías, también lo es la presencia de comportamientos específicos como se deduce de la inspección de los gráficos y cuadros previos. Ya hemos señalado el caso irlandés, en el cual, para el periodo de que disponemos de PIB trimestral (desde 1997) no se ha producido ninguna recesión <sup>17</sup> y este hecho, junto con las elevadas tasas de crecimiento, permiten hablar no ya de convergencia hacia la media sino de *divergencia hacia lo alto*. La recesión de inicios de los años noventa es especialmente prolongada en Finlandia y Suecia e inexistente, aunque reduzca el crecimiento, en Holanda. Para Grecia, el elevado crecimiento que contribuye al proceso de convergencia se da desde 1995 y no antes, donde la frecuencia de las recesiones impide todo acercamiento. La contracción de 1995 perjudica en mayor medida a Alemania, Francia, y Bélgica, y de manera menor o nula a otras economías. Las recesiones en los PIB de inicios de la presente década no están presentes en España, Finlandia, Reino Unido y Grecia, si bien se reduce el crecimiento. En resumen, se mezclan componentes de variación compartidos con componentes específicos que es preciso considerar conjuntamente tal como realizamos posteriormente.

17. El elevado contenido ruidoso de la serie ha impedido la estimación de un componente cíclico que evolucione *suavemente* equiparable al del resto de economías, por lo que no lo hemos considerado para el fechado del ciclo en tasas.

## 6. Análisis univariante de las series de PIB per cápita (2): cambios de régimen y ciclo en la UE-15

EN el contexto de componentes no observables es posible caracterizar el ciclo de tipo clásico (expansión frente a recesión), suponiendo que la alternancia de fases se corresponde con un cambio paramétrico en el crecimiento medio de la serie. Inicialmente, Hamilton (1989) procede a caracterizar el cambio en el parámetro de crecimiento medio de la serie en un modelo autorregresivo para el Producto Interior Bruto (PIB) de Estados Unidos de acuerdo con un proceso de Markov de dos estados. El régimen vigente, sea de expansión o de recesión, capaz de alterar el parámetro de deriva no es directamente observable, pero sí es posible realizar una inferencia de tipo probabilístico sobre su valor en cada momento del tiempo. Suponiendo dos regímenes, las tasas de crecimiento positivas corresponderían a las fases de expansión y las negativas a las de recesión. Esta metodología proporciona, además, una cuantificación objetiva de las probabilidades de permanecer en uno de estos dos regímenes o de cambiar al otro. La generalización del cambio de régimen a cualquier parámetro distinto al crecimiento medio de la serie, en el marco de modelos en el espacio de estados, permite, no sólo la consideración explícita de las fases de expansión y recesión, sino también modelizar una gran variedad de comportamientos no lineales (por ejemplo, Kim y Nelson, 1999; véase el apéndice 4).

Concretamente, por nuestra parte, hemos modificado el modelo univariante de Tendencia Cíclica (5.1) de forma que el componente tendencial pasa a ser:

$$T_t^* = \mu(S_t) + T_{t-1}^* + C_{t-1}^* \quad (6.1)$$

donde  $\mu(S_t)$  representa el crecimiento medio tendencial que depende del régimen no directamente observable en que se encuentre la economía, expansión ( $S_t = 1$ ) o recesión ( $S_t = 0$ ). De modo coherente con el criterio de fechoado sobre el PIB expuesto en la sección precedente, impondremos las restricciones de  $\mu(0) < 0$  y  $\mu(1) > 0$ . Las transiciones entre estados siguen un proceso de Markov de primer orden. Es decir, existen unas probabilidades condicionadas o de transición entre estados  $q$  y  $p$ , siendo la primera  $q$  la probabilidad de permanecer en recesión, una vez se está en recesión, y  $p$  lo mismo para la expansión. Las probabilidades de cambiar de régimen son, por tanto, las complementarias. Siendo así, tenemos:

$$P(S_t = 0 / S_{t-1} = 0) + P(S_t = 1 / S_{t-1} = 0) = q + (1-q) = 1 \quad (6.2a)$$

$$P(S_t = 0 / S_{t-1} = 1) + P(S_t = 1 / S_{t-1} = 1) = (1-p) + p = 1 \quad (6.2b)$$

En consecuencia, las probabilidades de encontrarse en recesión o en expansión son respectivamente:

$$P(S_t = 0) = P(S_t = 0 / S_{t-1} = 0) + P(S_t = 0 / S_{t-1} = 1) = q + (1-p) \quad (6.2c)$$

$$P(S_t = 1) = P(S_t = 1 / S_{t-1} = 1) + P(S_t = 1 / S_{t-1} = 0) = p + (1-q) \quad (6.2d)$$

Para el cálculo de las probabilidades se tiene en cuenta información muestral de forma que tendríamos las siguientes posibilidades de condicionamiento: bien a la información disponible hasta  $t$ , denotada por  $\psi_t = \{y_t, y_{t-1}, \dots, y_2, y_1\}$  y hablamos entonces de probabilidades filtradas  $\begin{pmatrix} p(S_t = 0 / \psi_t) \\ p(S_t = 1 / \psi_t) \end{pmatrix}$ ;

bien a toda la información muestral,  $\psi_T = \{y_T, y_{T-1}, \dots, y_2, y_1\}$ , y nos referimos a las probabilidades suavizadas  $\begin{pmatrix} p(S_t = 0 / \psi_T) \\ p(S_t = 1 / \psi_T) \end{pmatrix}$ . El algoritmo que combina el filtro de Kalman para la estimación de modelos en espacio de estados uni y multivariantes junto con la caracterización de cambio de régimen de Hamilton se debe a Kim (Kim y Nelson, 1999).

La forma reducida del modelo univariante de Tendencia Cíclica con cambio de régimen queda:

$$\phi^*(L)(\Delta y_t - \mu(S_t)) = \varepsilon_{t-1}^* + \phi^*(L)\Delta e_t^* \quad (6.3)$$

Debe notarse que, debido a que el modelo difiere del univariante sin cambio de régimen (5.1), en el resto de parámetros distintos a  $\mu(S_t)$  no tie-

nen por qué obtenerse idénticas estimaciones. En consecuencia, el componente cíclico estimado con (6.1) (del que no haremos uso) contendrá información de tipo autorregresivo que ha de interpretarse de modo distinto que en el contexto del modelo de Tendencia Cíclica (5.1).

En el cuadro 6.1 presentamos los resultados de la estimación del modelo de Tendencia Cíclica con cambio de régimen en el crecimiento medio conforme a (6.1). En este cuadro los crecimientos medios en ambos regímenes se han restringido, como señalamos, para que  $\mu(0) < 0$  y  $\mu(1) > 0$ . El parámetro  $\mu(0)$  se ha situado en la frontera de la restricción en los casos de Alemania, Francia, Italia, España, Austria, Bélgica, Dinamarca y UE-12. Este hecho señala la escasa permanencia en el tiempo de crecimientos negativos, o bien su escasa frecuencia, lo que impide la estimación de valores estrictamente negativos. Por ello, en estos casos, al identificarse el régimen recesivo con un crecimiento nulo aparecen señales recesivas cuando se producen crecimientos cercanos a cero, aunque positivos, como se observa en los sombreados del gráfico 6.1. Por este mismo motivo, en los casos citados las recesiones localizadas resultan comparativamente más duraderas que en el resto de economías. De otro lado, la estimación de las probabilidades de permanecer en cada estado,  $q$  y  $p$ , no ha resultado adecuado en los casos de Austria y Dinamarca, donde no se ha encontrado permanencia en el estado recesivo una vez se está en él. Las estimaciones nulas de la ratio  $nvr$  del cuadro 6.1 se han de interpretar como muy reducidas y no estrictamente nulas; recordemos además que ahora el componente cíclico estimado difiere del estimado en el modelo sin cambio de régimen (5.1).

En el gráfico 6.1 hemos representado las tasas de crecimiento y los componentes cíclicos (estimados del cuadro 7.1 posterior) de los PIB per cápita (salvo Austria y Dinamarca) junto con las probabilidades suavizadas de recesión, esto es, teniendo en cuenta toda la información muestral. El sombreado se corresponde con probabilidades de recesión superiores al 50%. En general, los periodos recesivos que se localizan son más prolongados que al utilizar el criterio de fechado sobre los crecimientos negativos del PIB<sup>18</sup>. La justificación está en lo comentado en el párrafo anterior sobre la localización de recesiones con crecimientos nulos. Por este mismo motivo aparecen periodos recesivos que no dan lugar a crecimientos negativos del PIB, pero sí muy reducidos. Desde este punto de vista, los modelos estimados y el fechado obtenido utilizando la probabilidad de recesión son preferibles bajo un concepto de recesión que incluyera muy reducidas tasas de

---

18. Una valoración crítica de los modelos de cambio de régimen markoviano en relación con los fechados que pueden proporcionar es la de Harding y Pagan (2002).



crecimiento como recesivas. Hemos comprobado además que, de cara a caracterizar los periodos de convergencia que realizamos posteriormente, resulta más adecuado el fechado al utilizar las recesiones basándonos en el criterio de la probabilidad de recesión que el de crecimientos negativos en el PIB. Es decir, como se ve en el capítulo 8, los periodos de crecimiento débil que permite incorporar el criterio de probabilidad de recesión vienen normalmente acompañados de retrocesos o estancamientos en el acercamiento al agregado de referencia. O leído en sentido opuesto, es preciso algo más que un ligero crecimiento positivo del PIB para converger desde posiciones inferiores a la referencia.

Teniendo en cuenta lo dicho existe coherencia entre los fechados del gráfico 5.4 y el deducido del gráfico 6.1. Destacan nuevamente las recesiones de inicios de los años ochenta, inicios de los noventa, la breve contracción de 1995 en Alemania, Francia, Italia (en 1996) y Bélgica, y de inicios de 2001 hasta el fin de muestra (marzo de 2004), en un único periodo recesivo, en los casos de Alemania, Francia, Italia, Holanda y Portugal. En España se localiza un periodo recesivo de finales de 2001 a inicios de 2003 que se corresponde con reducidas tasas de crecimiento. Asimismo, en el agregado UE-12, donde no se habían localizado dos trimestres consecutivos de crecimiento negativo del PIB en esas fechas, aparece un periodo recesivo, lo que coincide con la percepción general sobre el comportamiento coyuntural de esos años.

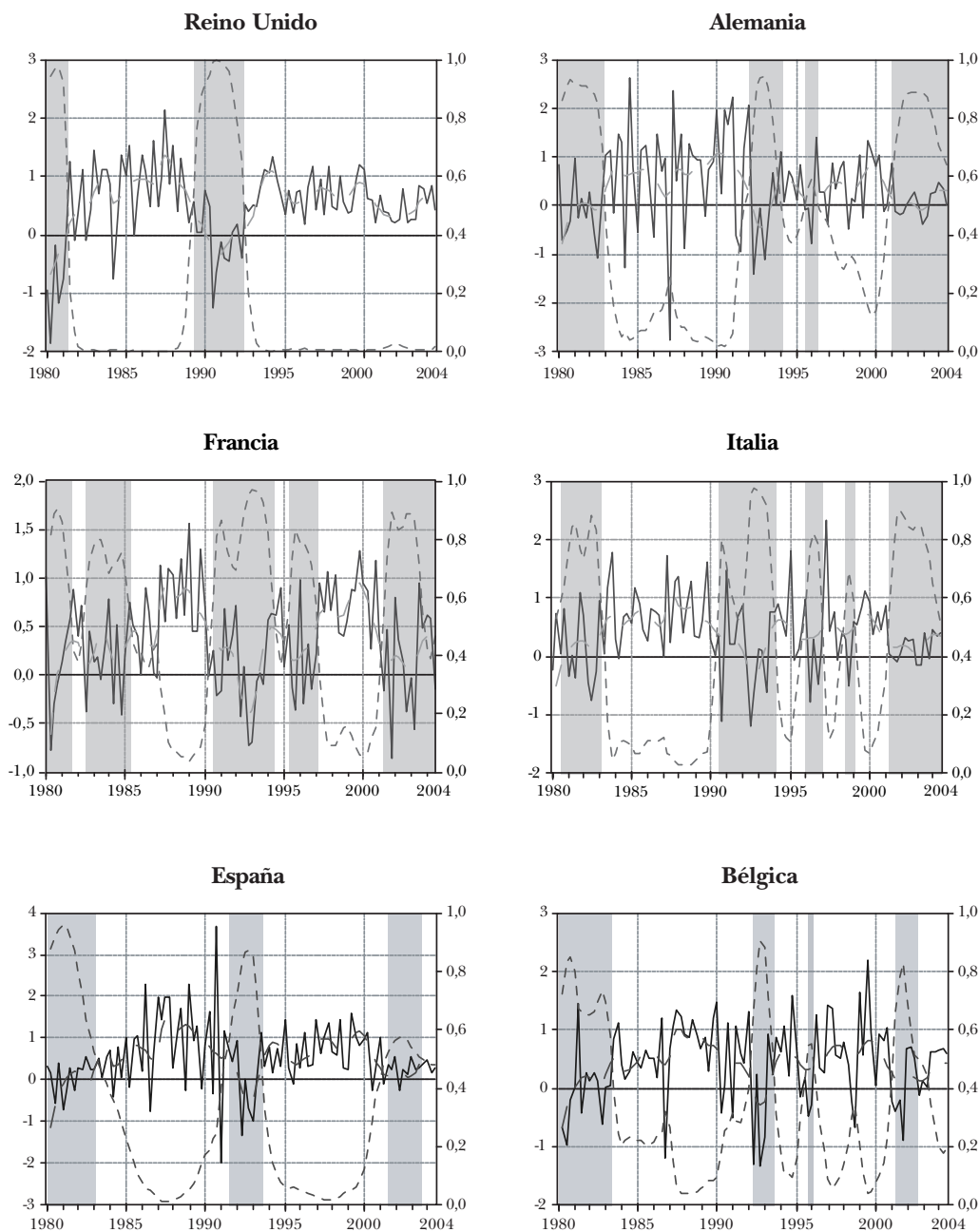
En resumen, los modelos univariantes con cambio de régimen en la deriva permiten obtener un fechado de las fases del ciclo clásico a partir de las probabilidades suavizadas condicionadas a la información muestral. No obstante, como se aprecia en el gráfico 6.1, no aportan información distinta a la que pueda obtenerse a partir de los componentes cíclicos estimados con modelos sin cambio de régimen.

**CUADRO 6.1: Estimaciones del modelo univariante de Tendencia Cíclica con cambio de régimen para las series de PIB per cápita de la UE-15**

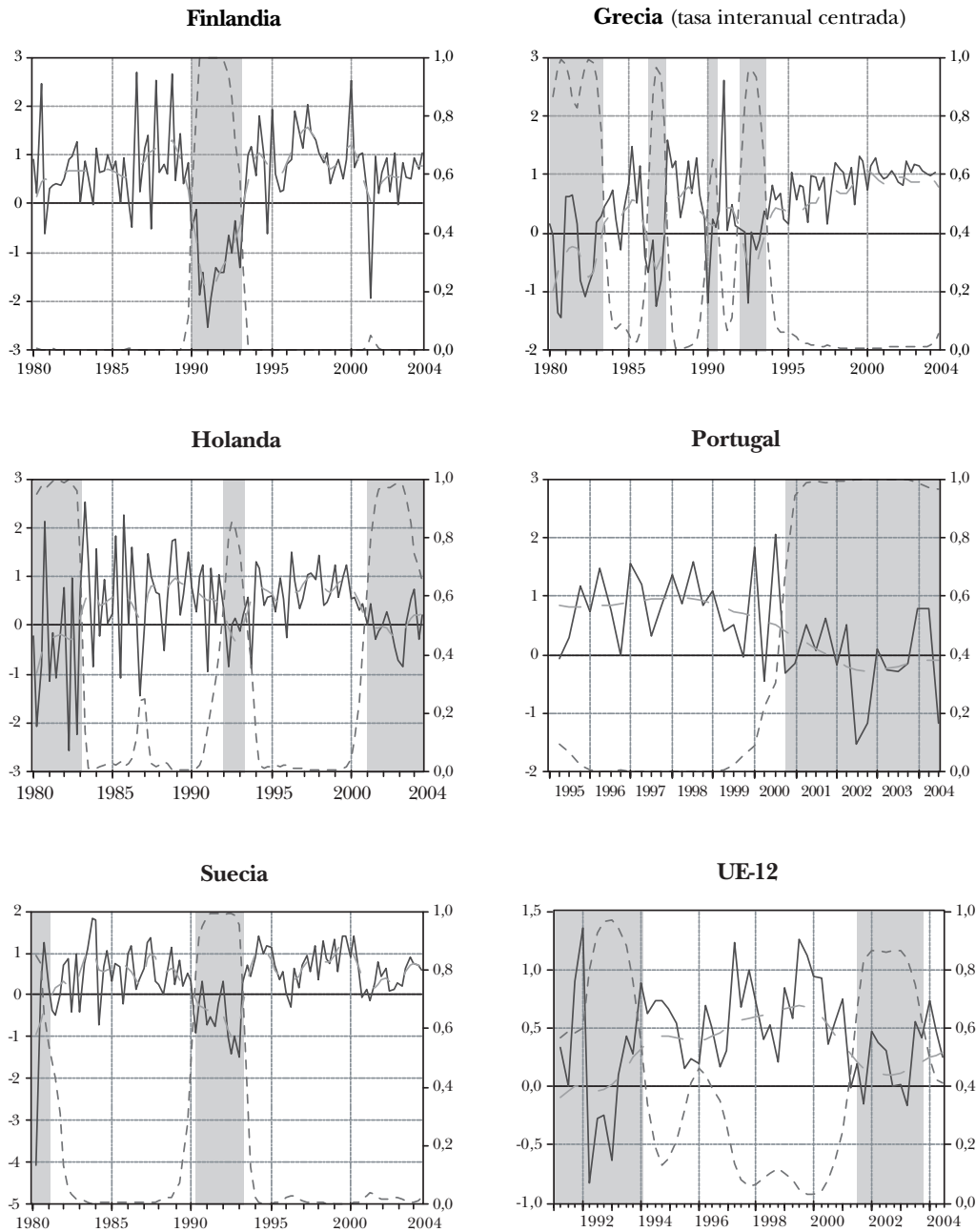
	$\mu(0)$	$q$	$\mu(1)$	$p$	$\phi_1$	$mvr = \sigma_\varepsilon^2 / \sigma_\zeta^2$
<b>Reino Unido</b>	-0,5079 (0,2342)	0,9156 (0,0690)	0,6280 (0,1781)	0,9750 (0,0182)	0,9683 (0,0511)	0,0032 (0,0028)
<b>Alemania</b>	-0,0 (0,0001)	0,9111 (0,0830)	0,6323 (0,1482)	0,9222 (0,0625)	0,7700 (0,1572)	0,0307 (0,0272)
<b>Francia</b>	-0,0 (0,0)	0,8328 (0,0642)	0,7845 (0,0576)	0,8156 (0,0765)	0,8143 (4,7158)	0,0 (0,0)
<b>Italia</b>	-0,0 (0,0)	0,8401 (0,0683)	0,7416 (0,0382)	0,8681 (0,0596)	0,8925 (0,8556)	0,0 (0,0)
<b>España</b>	-0,0 (0,0003)	0,9437 (0,0597)	0,6815 (0,2401)	0,9574 (0,0396)	0,9321 (0,0728)	0,0151 (0,0169)
<b>Austria</b>	-0,0004 (0,0774)	0,0214 (5,6491)	0,4273 (0,1034)	1,0000 (0,0002)	0,8432 (0,0914)	0,0321 (0,0178)
<b>Bélgica</b>	-0,0 (0,0004)	0,7949 (0,1495)	0,6427 (0,1401)	0,8891 (0,1013)	0,6722 (0,2947)	0,0303 (0,0428)
<b>Dinamarca</b>	-0,0003 (0,0004)	0,0307 (0,0815)	0,3660 (0,0975)	0,9991 (0,0017)	0,5189 (0,1832)	0,2202 (0,1214)
<b>Finlandia</b>	-1,3518 (0,2365)	0,9012 (0,0840)	0,7795 (0,0881)	0,9878 (0,0124)	0,7370 (0,1484)	0,0456 (0,0358)
<b>Grecia</b>	-0,4795 (0,1443)	0,8479 (0,0831)	0,6525 (0,1037)	0,9357 (0,0348)	0,9460 (0,0646)	0,0050 (0,0047)
<b>Holanda</b>	-0,2100 (0,0943)	0,9182 (0,0593)	0,6897 (0,0624)	0,9469 (0,0321)	0,8632 (0,2010)	0,0036 (0,0077)
<b>Portugal</b>	-0,1631 (0,0596)	0,9676 (0,0384)	0,8703 (0,0342)	0,9736 (0,0302)	0,4440 (0,3446)	0,0 (0,0)
<b>Suecia</b>	-0,4659 (0,1759)	0,9146 (0,0691)	0,6296 (0,0643)	0,9734 (0,0193)	0,6216 (0,1838)	0,0482 (0,0372)
<b>UE-12</b>	-0,0000 (0,0001)	0,8631 (0,0842)	0,6203 (0,0620)	0,8784 (0,0754)	0,7977 (4,3908)	0,0 (0,0)

*Nota:* El periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004, salvo para los casos de Portugal (primero de 1995 a tercero de 2004) y UE-12 (primero de 1991 a tercero de 2004). Entre paréntesis aparece el error estándar de la estimación.

**GRÁFICO 6.1: Tasas de variación de los PIB per cápita, probabilidades de recesión y componentes cíclicos suavizados**



**GRÁFICO 6.1 (continuación): Tasas de variación de los PIB per cápita, probabilidades de recesión y componentes cíclicos suavizados**



*Nota:* Sombreado: recesiones de acuerdo con una probabilidad de recesión superior a 0,5. El periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004, salvo para los casos de Portugal (primero de 1995 a tercero de 2004) y UE-12 (primero de 1991 a tercero de 2004). Asimismo, para Portugal y UE-12 el componente cíclico representado es el estimado a partir del modelo univariante de Tendencia Cíclica. En el resto se utilizan los componentes obtenidos a partir del modelo multivariante.

## 7. Ciclo común y convergencia en la UE-15

PROCEDEMOS en este capítulo a abordar la modelización conjunta de las series de Producto Interior Bruto (PIB) per cápita con el objetivo de estimar un factor o componente cíclico común y componentes específicos. La existencia del primero confirma de modo preciso la sincronía cíclica comentada en el capítulo anterior. Posteriormente utilizaremos el ciclo común estimado para comprobar de qué modo ha actuado el ciclo en el eventual proceso de convergencia. De otra parte, la presencia simultánea de componentes específicos, bien en el crecimiento medio, bien en la dinámica de las series, dan la pauta precisamente de dicha convergencia. El modelo utilizado es el modelo multivariante de factor cíclico común de Stock y Watson (1989, 1991) que hemos modificado convenientemente para dar cabida a series no estacionarias.

Stock y Watson (1991) plantean la estimación de un modelo de indicador coincidente construido a partir de 4 series mensuales (el índice de producción industrial, la renta personal neta de transferencias, la producción y ventas totales y los asalariados no agrícolas) análogo al elaborado por el Departamento de Comercio de los Estados Unidos (*DOC Index*). Suponen para ello que el componente cíclico es de naturaleza no observable y común a las 4 series, de tal forma que cada una de ellas es el resultado de la suma de este componente y de otro específico o idiosincrásico. En este modelo el factor común se considera único. Tanto el factor común como los específicos se modelizan por medio de una estructura autorregresiva. Las series utilizadas son las transformadas estacionarias (diferencias logarítmicas) que no se suponen cointegradas.

Extendemos aquí dicho modelo considerando series no estacionarias en las que suponemos la descomposición de Tendencia Cíclica (5.1). Seguimos a Stock y Watson al suponer que el componente cíclico de cada una de las series integrantes se descompone en un factor común (ciclo común) y un componente específico. En efecto, la modelización puede realizarse a partir de las transformaciones estacionarias de las series, o bien permitiendo

la existencia de componentes no estacionarios (es decir, tendencias), en cuyo caso se da cabida a la consideración del crecimiento a largo plazo y al análisis consiguiente de convergencia entre series <sup>19</sup>. Al igual que en el modelo univariante de Tendencia Cíclica (5.1), el modelo multivariante de Tendencia Cíclica con factor cíclico común se representa y estima en el espacio de los estados.

Suponemos, por tanto, que las series en niveles son no estacionarias y que siguen un modelo de Tendencia Cíclica:

$$y_{i,t} = T_{i,t} + e_{i,t} \quad (7.1a)$$

donde el subíndice  $i = 1, \dots, m$  indica la serie  $i$ -ésima,  $e_{i,t} \sim iid N(0, \sigma_{e,i}^2)$  y  $E(e_{i,t} \cdot e_{j,s}) = 0$  para  $i \neq j$  y todo par  $(t,s)$ . Cada una de las tendencias cíclicas  $T_{i,t}$  sigue:

$$T_{i,t} = \mu_i + T_{i,t-1} + \gamma_i C_{t-1} + C_{i,t-1} \quad (7.1b)$$

donde  $\gamma_i$  es la carga factorial, que puede generalizarse a un polinomio de retardos  $\gamma_i(L)$ . Cada tendencia cuenta con su propia deriva  $\mu_i$ . El componente cíclico común  $C_t$  sigue un proceso autorregresivo estacionario con varianza normalizada (para permitir la identificación del modelo):

$$\phi(L)C_t = \varepsilon_t \quad (7.1c)$$

con  $\varepsilon_t \sim iid N(0,1)$  y  $E(e_{i,t} \cdot \varepsilon_s) = 0$  para todo  $i$  y todo par  $(t,s)$ . El polinomio autorregresivo de orden  $p$  es  $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$ . El componente cíclico específico  $C_{i,t}$  se caracteriza como:

$$\psi_i(L)C_{i,t} = \varepsilon_{i,t} \quad (7.1d)$$

con  $\varepsilon_{i,t} \sim iid N(0, \sigma_{\varepsilon,i}^2)$  y  $E(\varepsilon_{i,t} \cdot \varepsilon_{j,s}) = 0$  para  $i \neq j$  y todo par  $(t,s)$ ;  $E(e_{i,t} \cdot \varepsilon_{j,s}) = 0$  y  $E(\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{i,s}) = 0$  para todo par  $(i,j)$  y  $(t,s)$ . El polinomio autorregresivo de orden  $p_i$  es  $\psi_i(L) = 1 - \psi_{i,1} L - \psi_{i,2} L^2 - \dots - \psi_{i,p_i} L^{p_i}$ .

La forma reducida del modelo (7.1) para cada una de las series integrantes  $y_{i,t}$  es la siguiente:

---

19. Otros trabajos que utilizan metodologías análogas para el análisis de la convergencia son Carvalho y Harvey (2003) y Luginbuhl y Koopman (2004).

$$y_{i,t} = \frac{\mu_i}{\Delta} + \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-1}}{\Delta\phi(L)} + \frac{\varepsilon_{i,t-1}}{\Delta\psi_i(L)} + e_{i,t} \quad (7.2)$$

o lo que es equivalente:

$$\Delta y_{i,t} = \mu_i + \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-1}}{\phi(L)} + \frac{\varepsilon_{i,t-1}}{\psi_i(L)} + \Delta e_{i,t} \quad (7.3)$$

modelo que, al igual que el univariante de Tendencia Cíclica, resulta compatible con procesos I(1).

En el cuadro 7.1 se presentan los resultados de la estimación del modelo (7.1) para las economías donde las series abarcaban todo el periodo muestral. La existencia de un factor cíclico común compartido se manifiesta en la estimación significativa de todas las cargas factoriales. Además de este factor cíclico común, todas las series (salvo España y Bélgica) cuentan con un factor específico. Los parámetros de deriva estimados se han modificado en cierta medida respecto a los encontrados en los modelos univariantes de Tendencia Cíclica (cuadro 5.2). Hemos comprobado que se mantiene la relación inversa entre niveles iniciales de PIB per cápita y crecimiento medio (derivadas estimadas) al excluir Grecia como observación influyente. Sin embargo, las diferencias en las estimaciones de las derivas son apreciables en el Reino Unido y de cierta magnitud en Dinamarca, Finlandia, Grecia y Suecia. Este cambio en la estimación multivariante respecto a la univariante puede venir inducido por la mayor importancia relativa que tienen los componentes específicos de estas series como comprobamos a continuación.

Para analizar la adecuación del ciclo común a cada una de las series, en el gráfico 7.1 hemos representado los gráficos del componente cíclico común multiplicado por la carga factorial respectiva (recuérdese que la varianza del ciclo común está normalizada) junto con el componente cíclico total, suma del conjunto y del específico. Las diferencias entre ambos componentes señalan cómo la variación específica pierde importancia especialmente desde 1993 para las economías con una variación cíclica específica más destacada en los años ochenta (Reino Unido y Dinamarca). Para Finlandia y Grecia, el comportamiento específico se extiende a todo el periodo muestral, si bien para Finlandia consiste en una mayor amplitud cíclica. Alemania cuenta en el entorno de 1990-1991 con variación específica positiva coincidiendo con su reunificación. Con estas salvedades, puede afirmarse la plena adecuación del componente cíclico común estimado y la coincidencia en fase de los ciclos nacionales, esto es, la existencia de sincronía cíclica.

Más adelante se comprueba la convergencia adicional en amplitud cíclica que se ha producido en algún caso.

**CUADRO 7.1: Modelo de Tendencia Cíclica con factor cíclico común (7.1)  
para los PIB per cápita**

Cargas factoriales: $\gamma_i$	Reino Unido	Alemania	Francia	Italia	España	Austria
	0,1613	0,1897	0,1735	0,1628	0,2815	0,1836
	(0,0540)	(0,0454)	(0,0351)	(0,0324)	(0,0360)	(0,0305)
	Bélgica	Dinamarca	Finlandia	Grecia	Holanda	Suecia
	0,1801	0,2328	0,1111	0,2041	0,2195	0,2610
	(0,0344)	(0,0593)	(0,0669)	(0,0563)	(0,0438)	(0,0555)
Derivas de las tendencias: $\mu_i$	Reino Unido	Alemania	Francia	Italia	España	Austria
	0,5361	0,4187	0,4164	0,4485	0,5971	0,5172
	(0,1264)	(0,0692)	(0,0478)	(0,0624)	(0,0169)	(0,0503)
	Bélgica	Dinamarca	Finlandia	Grecia	Holanda	Suecia
	0,4648	0,3809	0,6625	0,3623	0,4350	0,5209
	(0,0092)	(0,1602)	(0,3264)	(0,2007)	(0,0610)	(0,1404)
Autorregresivos de los componentes específicos: $\psi_i$	Reino Unido	Alemania	Francia	Italia	España	Austria
	0,8300	0,7575	0,7861	0,8746	n. s.	0,7738
	(0,0906)	(0,1476)	(0,1613)	(0,1114)		(0,1825)
	Bélgica	Dinamarca	Finlandia	Grecia	Holanda	Suecia
	n. s.	0,8630	0,8819	0,8933	0,8090	0,9223
		(0,0862)	(0,0656)	(0,0734)	(0,1535)	(0,0552)
Ratios varianza ruido: $\nu\nu_i$	Reino Unido	Alemania	Francia	Italia	España	Austria
	0,0440	0,0293	0,0079	0,0038	0,0	0,0079
	(0,0248)	(1,2500)	(0,0086)	(0,0047)	(0,0)	(0,0122)
	Bélgica	Dinamarca	Finlandia	Grecia	Holanda	Suecia
	0,0	0,0502	0,1242	0,0473	0,0188	0,0230
	(0,0)	(0,0250)	(0,0495)	(0,0297)	(0,0203)	(0,0121)
Autorregresivo del factor cíclico común	$\phi_1 : 0,7669 \quad (0,0806)$					

Nota: El periodo muestral abarca del primer trimestre de 1980 al tercero de 2004. Entre paréntesis aparece el error estándar de la estimación; n. s.: estimación no significativa.



GRÁFICO 7.1: Ciclo común (trazo discontinuo) y ciclos de los PIB per cápita de la UE-15 (trazo continuo)

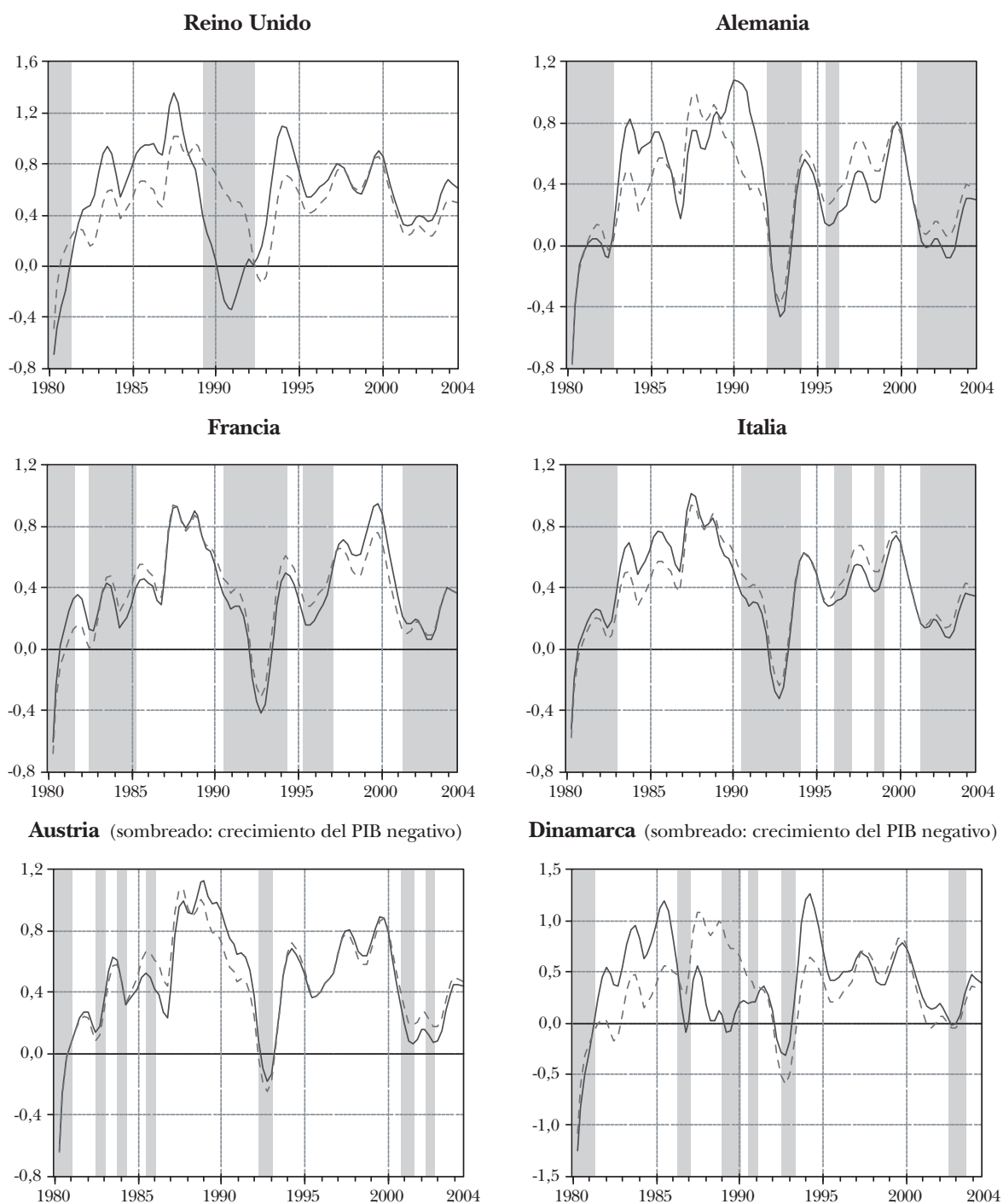
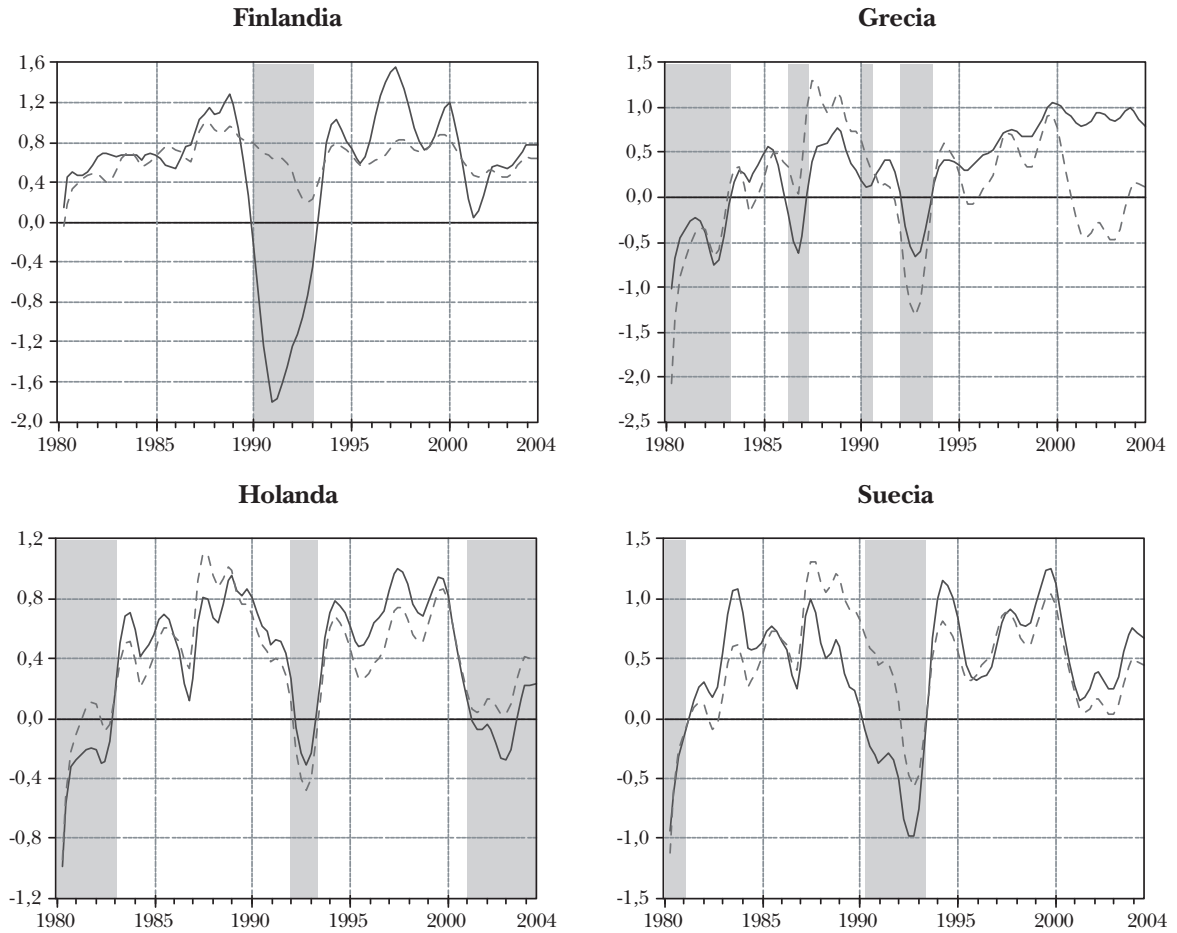


GRÁFICO 7.1 (continuación): **Ciclo común (trazo discontinuo) y ciclos de los PIB per cápita de la UE-15 (trazo continuo)**

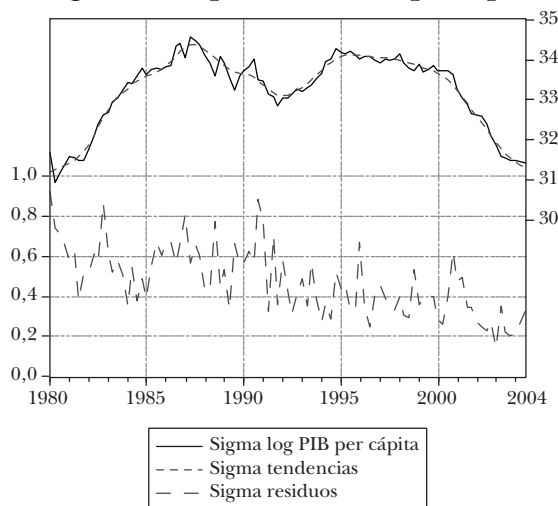


No se representan los componentes cíclicos de España y Bélgica pues, al no tener factor específico significativo, se encuentran asimilados al factor cíclico común.

Nota: Sombreado: recesiones (probabilidad suavizada de recesión superior a 0,5). El periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004.

La coincidencia de los ciclos nacionales en uno común no debe hacer olvidar que las diferencias en los crecimientos tendenciales (parámetros de deriva) y la presencia, si bien decreciente, de variación cíclica específica, afectan al proceso de convergencia de tipo  $\beta$  como se analiza en el siguiente capítulo. En lo referido a la convergencia de tipo  $\sigma$ , si se ha producido convergencia de tipo  $\beta$  y en los ciclos de las distintas economías predomina una evolución similar, cabría esperar una reducción de la dispersión a lo largo de los años considerados<sup>20</sup>. El gráfico 7.2 permite apreciar que esta convergencia no se ha producido de manera progresiva, sino que tanto las series originales como sus tendencias (estimadas con el modelo del cuadro 7.1) han reducido su dispersión de 1988 a 1991 y luego de 1995 hasta el final de la muestra. Por el contrario, los residuos de la ecuación de observación reducen su dispersión de manera monótona. Considerando conjuntamente todo el periodo, no puede afirmarse, por tanto, una reducción neta de la dispersión de los PIB per cápita.

**GRÁFICO 7.2: Convergencia de tipo  $\sigma$  en los PIB per cápita de la UE-15**



*Nota:* Desviación estándar de las series originales (log PIB per cápita), de sus componentes tendenciales y de los ruidos de observación.

20. Recordemos que la convergencia de tipo  $\beta$  es condición necesaria pero no suficiente para la convergencia de tipo  $\sigma$ .

## 8. Diferenciales de crecimiento y convergencia

AUNQUE en media se haya producido convergencia de tipo  $\beta$ , el ciclo económico puede haber influido en la trayectoria de acercamiento. Es decir, la convergencia no ha tenido por qué haberse producido de manera homogénea a lo largo del periodo, sino que ha podido verse favorecida o perjudicada por la presencia del ciclo. Para comprobar si ha sido así, planteamos en este capítulo un modelo causal para los diferenciales de crecimiento. El diferencial de crecimiento resta al crecimiento de la serie de interés el de la serie de referencia. Se trata de comprobar qué variables, concretamente el ciclo económico, explican este diferencial contribuyendo, si fuera el caso, a la reducción de la diferencia en niveles de la serie respecto a la referencia.

Para ello, utilizamos un tipo de modelización dinámica, relacionado con Rissman (2003), que puede adaptarse para contrastar la convergencia entre economías. Supongamos que  $y_{i,t}$  es alguna de las variables (en logaritmos) representativas de la economía  $i$ -ésima y que, análogamente,  $y_{j,t}$  es su valor de referencia (en transformada logarítmica). Si ambas variables son  $I(1)$ , sus tasas de variación serán  $I(0)$ . Definimos, entonces, la tasa de participación como  $s_{i,t} = y_{i,t} - y_{j,t}$  así como su tasa de crecimiento diferencial como:

$$g_{i,t} = \Delta s_{i,t} = \Delta y_{i,t} - \Delta y_{j,t} \quad (8.1)$$

siendo el subíndice  $i = 1, \dots, m$  el indicativo de cada uno de las  $m$  economías consideradas y  $j$  la referencia. Nótese que  $s_{i,t} = y_{i,t} - y_{j,t}$  representa el peso que la economía  $i$ -ésima tiene respecto a la referencia. Su tasa  $g_{i,t}$  servirá para cuantificar si hay convergencia como alcance (*catching up*) o divergencia. Es importante destacar que  $g_{i,t}$  está a su vez compuesta por los diferenciales de los componentes que integran cada una de las series que intervienen en su cálculo. Así, por ejemplo, si tanto  $y_{i,t}$  como  $y_{j,t}$  obedecen a la descomposición

de Tendencia Cíclica con factor cíclico común de forma reducida (7.3), la forma reducida de  $g_{i,t}$  queda:

$$\begin{aligned} g_{i,t} &= \Delta y_{i,t} - \Delta y_{j,t} = (\Delta T_{i,t} - \Delta T_{j,t}) + (\Delta e_{i,t} - \Delta e_{j,t}) = \\ &= (\mu_i - \mu_j) + (\gamma_i - \gamma_j) \frac{\varepsilon_{t-1}}{\phi(L)} + \left( \frac{\varepsilon_{i,t-1}}{\psi_i(L)} - \frac{\varepsilon_{j,t-1}}{\psi_j(L)} \right) + (\Delta e_{i,t} - \Delta e_{j,t}) = \\ &= (\mu_i - \mu_j) + (\gamma_i - \gamma_j) C_{t-1} + (C_{i,t-1} - C_{j,t-1}) + (\Delta e_{i,t} - \Delta e_{j,t}) \end{aligned} \quad (8.2)$$

donde el subíndice  $j$  se refiere al componente específico de la referencia  $y_{j,t}$ . Si no se anulan los términos que aparecen restando en (8.2),  $g_{i,t}$  dependerá en general del factor cíclico común de las series  $y_{i,t}$  y  $y_{j,t}$  con un parámetro igual a  $\gamma_i - \gamma_j$ . El crecimiento diferencial medio que mide la convergencia o divergencia entre  $y_{i,t}$  y  $y_{j,t}$  será  $\mu_i - \mu_j$ . Nótese que la diferencia de los ciclos específicos también interviene en  $g_{i,t}$ .

La especificación de un modelo dinámico de tipo causal más amplio que pretenda explicar el comportamiento de los diferenciales de crecimiento  $g_{i,t}$  sería:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_i(L)g_{i,t} = \alpha_i + b_i(L)C_t + x_t\beta + \eta_{i,t} \\ A_i(L) = 1 - a_{i,1}L - \dots - a_{i,p}L^p \\ b_i(L) = b_{i,0} + b_{i,1}L + \dots + b_{i,q}L^q \\ \phi(L)C_t = \varepsilon_t \end{array} \right. \quad (8.3)$$

donde  $A_i(L)$  y  $b_i(L)$  son polinomios de retardos y  $x_t$  es un vector de variables exógenas (eventualmente componentes cíclicos obtenidos de otras series, variables de tipo intervención u otras) con capacidad explicativa sobre  $g_{i,t}$ . El ruido  $\eta_{i,t} \sim iid N(0, \sigma_{\eta,i}^2)$  no está autocorrelacionado <sup>21</sup> con  $\varepsilon_t$  para todo  $t$ . El signo de la constante  $\alpha_i$ , asociada con  $\mu_i - \mu_j$ , será indicativo del proceso de acercamiento o alejamiento de la serie desagregada respecto a la referencia. De ser positiva, significará que, a largo plazo, la serie crece más rápido que la referencia y de haber partido al comienzo de la muestra de una situación relativamente baja indicará, por tanto, un acercamiento a los niveles de la serie de referencia. Lo contrario sucederá si fuera negativa (nótese que si partimos de un nivel superior a la serie de referencia, el proceso de convergencia implica signos opuestos). El análisis de estabilidad de los coeficientes

---

21. En esta regresión la inclusión como regresor de componentes suavizados no da lugar a problemas de correlación entre regresor y ruido.

en (8.3) suministrará información adicional sobre posibles cambios estructurales que afectarían a la capacidad explicativa de las distintas variables a lo largo de la muestra.

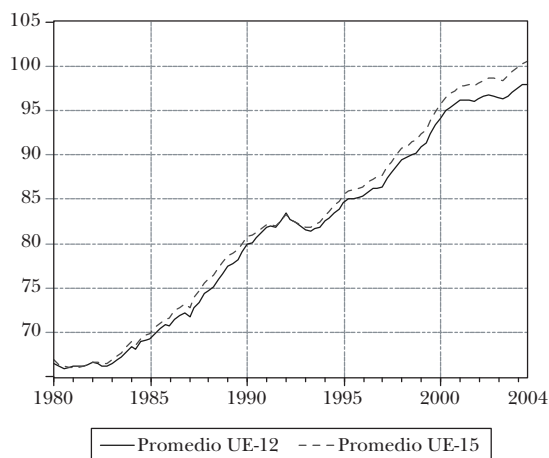
Previamente a la estimación de estos modelos, como hemos indicado, para evaluar la convergencia es necesario contar con una referencia respecto a la cual se compara. Mediante las regresiones de sección cruzada del tipo (2.1) cuando se analiza la convergencia de tipo  $\sigma$ , la referencia implícita es la media de las series integrantes, condicionada o no según se incluyan variables que traten de recoger la idea de convergencia condicionada. Cabe imponer, en otros tipos de análisis, una referencia elegida a priori, por ejemplo, un tope cuantitativo como es el caso de las ratios de déficit y deuda pública exigidos en el Tratado de la Unión Europea para integrarse en el euro. O en el mismo contexto el tipo de interés medio de las tres economías con menor inflación.

En relación con los niveles de Producto Interior Bruto (PIB) per cápita, un promedio de referencia inmediato es el nivel de PIB per cápita del conjunto de economías considerado. En el gráfico 8.1 representamos los promedios para la UE-12 y la UE-15. Estos promedios se han calculado a partir de los PIB per cápita en euros de todos los países considerados, salvo Luxemburgo en que no contamos con observaciones trimestrales de PIB. Para Irlanda y Portugal, donde las observaciones trimestrales comienzan después de enero de 1980, hemos supuesto un nivel constante de PIB per cápita previo a las fechas en que empiezan las observaciones de PIB trimestral. De este modo no distorsionamos la evolución del agregado que es lo que nos interesa desde la perspectiva del proceso de convergencia. Los PIB per cápita promedios se han reescalado<sup>22</sup> posteriormente teniendo en cuenta los valores del PIB per cápita en paridad de poder adquisitivo previstos en 2004 por Eurostat (véase el cuadro 4.1). Por ello, el último año tiene el valor de referencia 100 para la UE-15, y de 97,6 para la UE-12.

---

22. El reescalado no afecta a las propiedades dinámicas de las series, por lo que los modelos estimados tampoco se ven afectados.

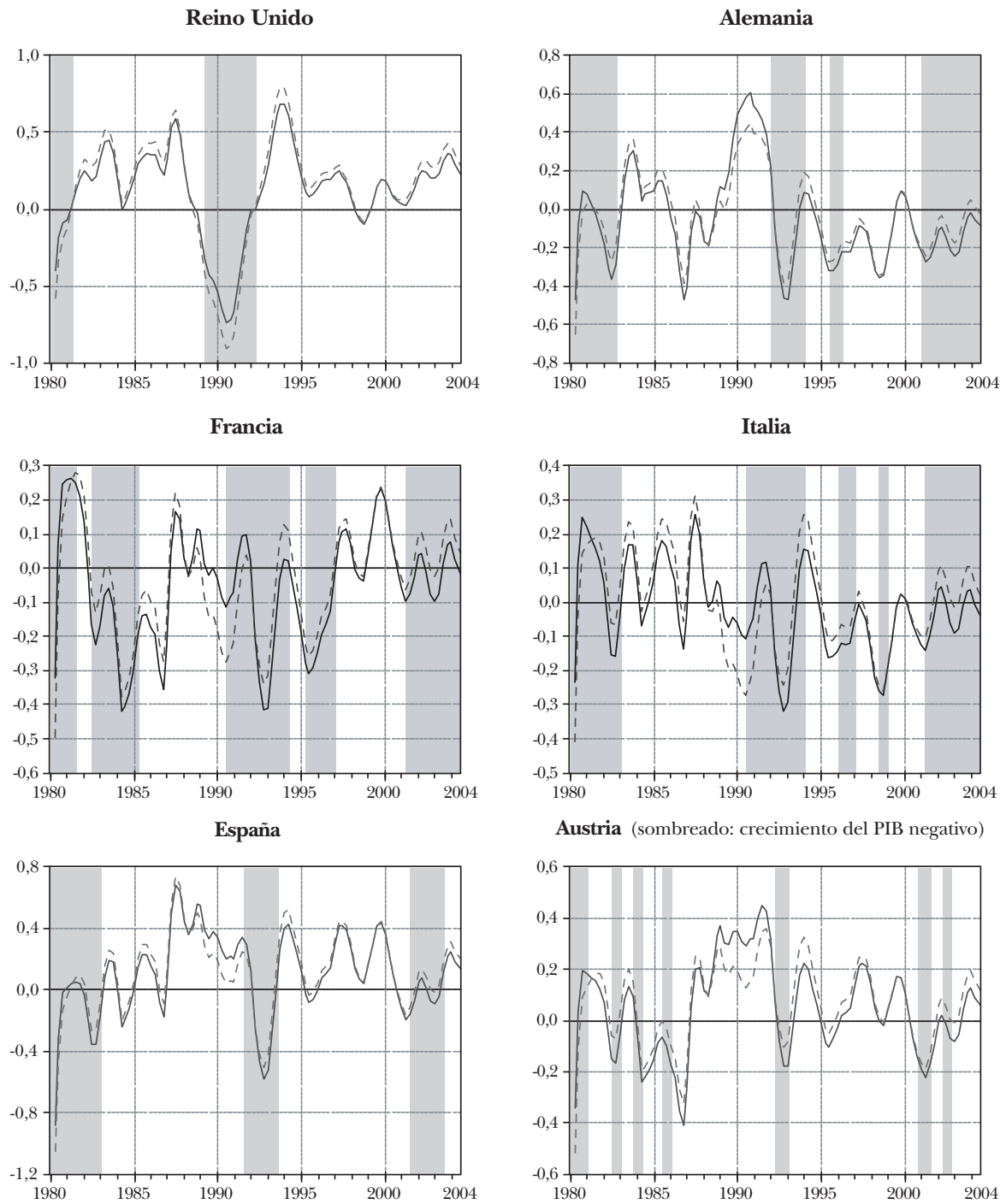
**GRÁFICO 8.1: PIB per cápita promedio con UE-15 = 100 y UE-12 = 97,6 en 2004**



*Nota:* El periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004.

En el gráfico 8.1 destaca ya un hecho y es el relativo a la divergencia, especialmente del Reino Unido con respecto a la UE-12. Resulta evidente que desde 1993 ambos promedios, UE-15 y UE-12, divergen, por ello los modelos de crecimiento diferencial van a estimarse utilizando ambos promedios. El gráfico 8.2 sirve, además de para confirmar lo comentado, para contar con una primera apreciación visual de la relación entre convergencia y ciclo.

**GRÁFICO 8.2: Crecimientos tendencias diferenciales  $\Delta T_{i,t} - \Delta T_{j,t}$  (véase ecuación [8.2]) respecto a UE-15 (trazo continuo) y UE-12 (trazo discontinuo)**





**GRÁFICO 8.2 (continuación): Crecimientos tendenciales diferenciales  $\Delta T_{i,t} - \Delta T_{j,t}$  (véase ecuación [8.2]) respecto a UE-15 (trazo continuo) y UE-12 (trazo discontinuo)**

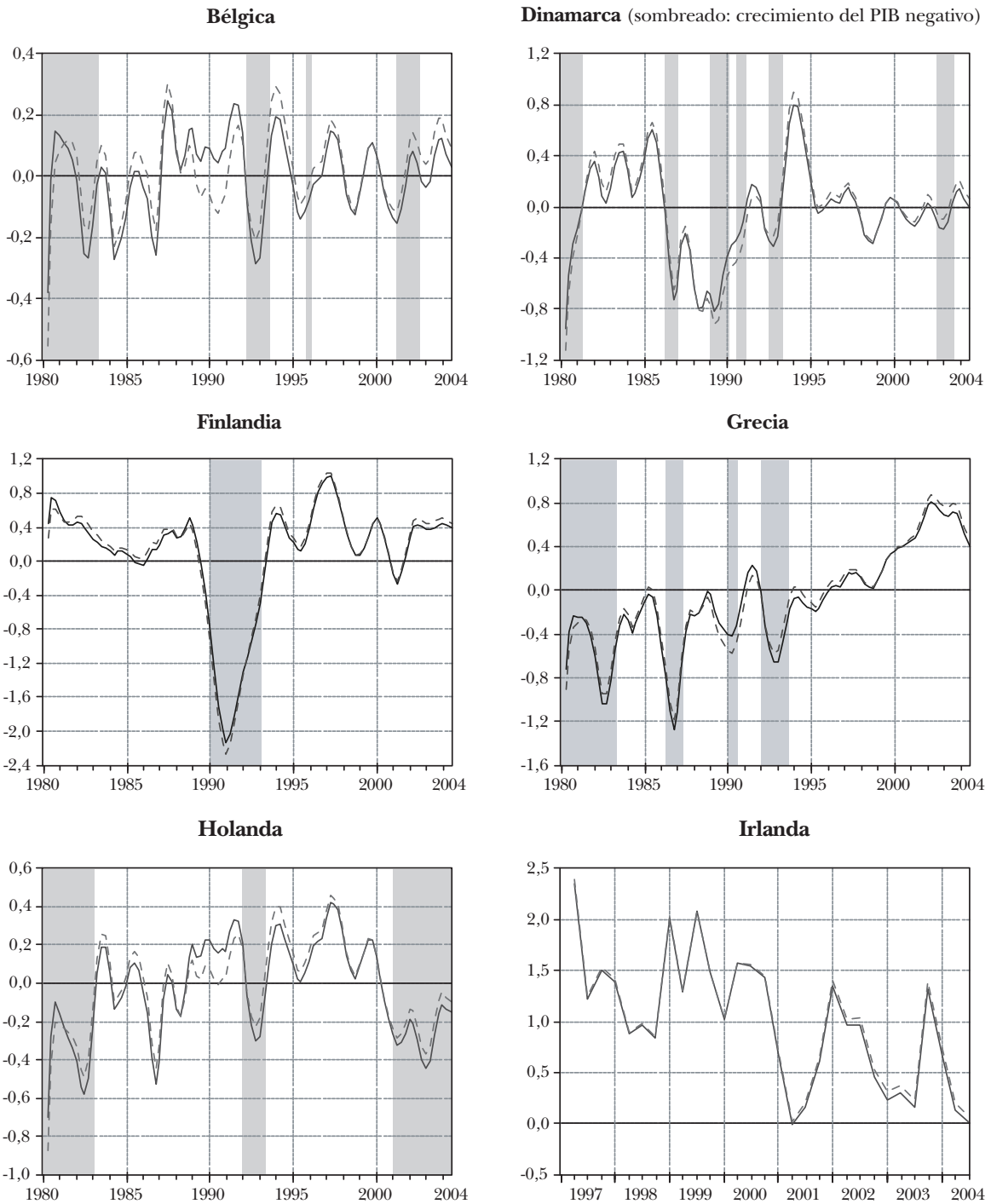
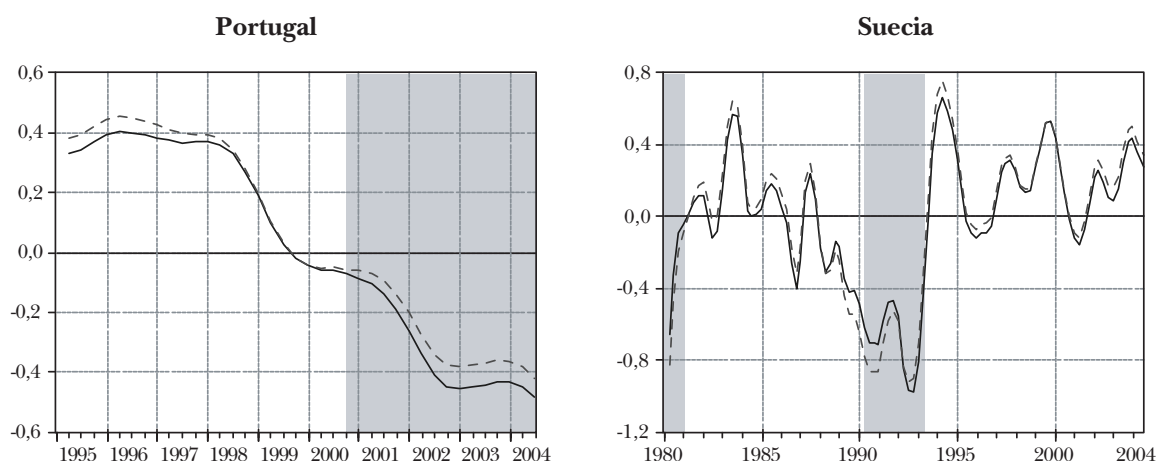


GRÁFICO 8.2 (cont.): Crecimientos tendenciales diferenciales  $\Delta T_{i,t} - \Delta T_{j,t}$  (véase ecuación [8.2]) respecto a UE-15 (trazo continuo) y UE-12 (trazo discontinuo)



Nota: Sombreado: recesiones (probabilidad suavizada superior a 0,5). El periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004, salvo para el caso de Irlanda y Portugal.

El hecho de que el promedio UE-15 crezca en mayor medida que el UE-12 durante buena parte del periodo muestral hace que se vayan a encontrar mejores resultados en términos de convergencia con respecto a UE-12. En estos gráficos los periodos en los que ha sucedido lo contrario se corresponden con situaciones ya comentadas en las secciones precedentes, esto es, la recesión de inicios de los años noventa en el Reino Unido y Dinamarca. Destaca especialmente el periodo en torno a la recesión de inicios de los años noventa. Ya comprobamos cómo el Reino Unido experimentó la *primera oleada* de este periodo recesivo en mayor medida que otras economías. Este hecho se manifiesta en el gráfico 8.2 en que en todos los casos, salvo Dinamarca y Finlandia que también la experimentaron en grado considerable, se gane en convergencia más respecto a UE-15 que respecto a UE-12 en el entorno de esas fechas. Más recientemente, la última recesión (según el criterio de la probabilidad) de 2001 hasta el final de la muestra, y que no está presente en el Reino Unido, da lugar a un alejamiento mayor entre ambos grupos.

La relación entre convergencia y ciclo resulta evidente, a partir del gráfico 8.2 en que casi no ha habido diferenciales positivos de crecimiento en los momentos recesivos. Casi todos los periodos sombreados coinciden con

crecimientos diferenciales negativos<sup>23</sup> lo que permite afirmar que no ha habido apenas casos de crecimiento diferencial positivo mientras una economía se encontraba en recesión. Por el contrario, las fases de expansión son compatibles tanto con crecimientos diferenciales positivos como negativos.

Para precisar cuantitativamente la evolución de la convergencia y su relación con el ciclo a lo largo del periodo que va de 1980 a 2004 respecto de los promedios UE-15 y UE-12, presentamos en el cuadro 8.1 los resultados de la estimación del modelo de crecimiento diferencial (8.3). La variable a explicar en cada caso es el crecimiento diferencial  $g_{i,t} = \Delta y_{i,t} - \Delta y_{j,t}$  y las explicativas, además de un retardo suyo  $g_{i,t-1}$  que recoge la autocorrelación de orden 1, son el ciclo común estimado mediante el modelo multivariante de Tendencia Cíclica del cuadro 7.1 y los componentes cíclicos específicos en los casos en que resultaron significativos (en todos excepto España y Bélgica). Como comentamos más arriba, el signo de la constante  $\alpha_i$  y la posición inicial relativa de las series respecto al promedio informará del acercamiento o alejamiento que, en media, se haya producido en el periodo. Hemos estimado este modelo también para las series en que las observaciones trimestrales no abarcaban todo el periodo (Irlanda y Portugal), sus resultados se presentan en el cuadro 9.1 posterior.

En el cuadro 8.1 destacan los siguientes resultados:

- conforme a lo esperado, son significativos en todos los casos (salvo Grecia) y con los signos previstos, el retardo del diferencial de crecimiento, coherentemente con la elevada autocorrelación de los componentes estimados, y el factor cíclico específico de acuerdo con la forma reducida (8.2);
- el coeficiente que multiplica al factor cíclico común es significativo para España, Bélgica, Dinamarca, Finlandia y Suecia. Esta significatividad señala la importancia del componente cíclico común  $C_t$  como factor explicativo de las diferencias de crecimiento de cada una de las series respecto a la referencia promedio (bien UE-15 o bien UE-12). El signo positivo estimado en España, Bélgica, Dinamarca y Suecia vendría a indicar que dichas economías han *aprovechado* el ciclo común europeo para obtener un diferencial de crecimiento superior al del agregado de referencia. En el caso de Finlandia este parámetro es signifi-

---

23. Nótese que los promedios UE-15 y UE-12 que sirven de referencia son PIB per cápita correctamente calculados —PIB agregado entre población total—. No estamos afirmando que todas las economías crezcan simultáneamente por debajo, o por encima, del promedio, algo obviamente imposible.

cativo, pero de signo negativo. Recordemos que para este país, la recesión de inicios de los años noventa tuvo un efecto especialmente desfavorable. En el resto de economías, donde la estimación de dichos parámetros no ha resultado significativa, está implícito un comportamiento *neutral* del ciclo europeo a la hora de obtener crecimientos diferenciales positivos.

- la significatividad de la diferencia de las derivas  $\alpha_i = \mu_i - \mu_j$  informa de un crecimiento tendencial sustancialmente distinto con respecto al promedio considerado. Crecen significativamente por encima de los promedios UE-15 y UE-12 Reino Unido, España, Austria, Finlandia y Suecia. Crecen por debajo de UE-15 Alemania, Francia, Dinamarca y Grecia. Por debajo de UE-12 crecen significativamente Grecia y marginalmente Dinamarca. Estos comportamientos darían la pauta de la existencia de convergencia de tipo  $\beta$  una vez que se comparan posición inicial y final. De otro lado conviene recordar que estas estimaciones recogen el comportamiento medio del periodo 1980 a 2004. Posteriormente comprobaremos si se ha mantenido estable en el tiempo.

Para comprobar el comportamiento desde el punto de vista de la convergencia de tipo  $\beta$  a lo largo del periodo, en el gráfico 8.3 representamos las posiciones relativas de las economías al comienzo del periodo, en 1994 y al final. El dato del final coincide con los niveles de PIB per cápita corregidos de poder adquisitivo. Para los datos de 1980 y de 1994 se ha hecho UE-15 = 100.

Son compatibles con un proceso de convergencia de tipo  $\beta$  los acercamientos hacia el promedio, bien desde posiciones superiores o desde posiciones inferiores. Conforme al gráfico 8.3 y atendiendo a la significatividad estadística de las constantes estimadas en el cuadro 8.1, tenemos los siguientes casos:

a) Comportamientos compatibles con la convergencia de tipo  $\beta$ :

- desde posición inferior al promedio, mejora apreciablemente España;
- desde posición superior al promedio, empeora Dinamarca con respecto a UE-15, de modo no significativo con respecto a UE-12.

b) Comportamientos que no contradicen (ni confirman) la convergencia de tipo  $\beta$ :

- desde posiciones centrales, no hay una variación significativa en Alemania y Francia (con respecto a la UE-15 el empeoramiento es ma-

por que con respecto a UE-12 debido al peso obvio que ambas economías tienen en dicho agregado), tampoco en Italia, Bélgica, Holanda y Suecia. Para Suecia sí hay una mejora significativa con respecto a UE-12.

c) Comportamientos incompatibles con la convergencia de tipo  $\beta$ :

- mejoras significativas desde una posición intermedia son Reino Unido y Finlandia;
- desde posiciones superiores al promedio, mejora significativamente Austria;
- desde posición inferior al promedio, empeora significativamente Grecia.

Estos resultados nos permiten cuestionar la adecuación del concepto de convergencia de tipo  $\beta$  en su versión absoluta para explicar los comportamientos hallados. Se podría argumentar señalando el reducido número de economías así como el número de años considerados, casi 25, lo que no es mucho desde una perspectiva de largo plazo. Aun así, sí es un plazo de tiempo suficiente como para extraer conclusiones de política económica y, por la experiencia de algunas economías, un plazo de tiempo suficiente para lograr cambios cualitativos en los niveles de desarrollo. En ausencia de otras variables adicionales que puedan explicar los casos que se apartan de lo previsto por la convergencia de tipo  $\beta$ , las excepciones son destacadas.

CUADRO 8.1: Estimación de los modelos de crecimiento diferencial.

Modelo estimado (ecuación [8.3]):  $g_{i,t-1} = \alpha_i + a_1 g_{i,t-1} + b_1 C_t + \beta C_{i,t} + \eta_{i,t}$

	Con respecto a:	$\alpha_i$	$g_{i,t-1}$	Ciclo común: $C_t$	Ciclo específico: $C_{i,t}$
<b>Reino Unido</b>	UE-15	0,0769 (0,0366)	0,2131 (0,1021)	-0,0354 (0,0261)	1,2347 (0,1740)
	UE-12	0,0904 (0,0425)	0,2214 (0,1024)	-0,0419 (0,0295)	1,5337 (0,2094)
<b>Alemania</b>	UE-15	-0,0638 (0,0356)	0,3354 (0,0916)	0,0172 (0,0196)	1,6482 (0,3199)
	UE-12	-0,0358 (0,0312)	0,3433 (0,0879)	0,0044 (0,0182)	1,3337 (0,2651)

CUADRO 8.1 (continuación): **Estimación de los modelos de crecimiento diferencial.****Modelo estimado (ecuación [8.3]):**  $g_{i,t-1} = \alpha_i + a_1 g_{i,t-1} + b_1 C_t + \beta C_{i,t} + \eta_{i,t}$ 

	Con respecto	$\alpha_i$	$g_{i,t-1}$	Ciclo común: $C_t$	Ciclo específico: $C_{i,t}$
	a:				
Francia	UE-15	-0,0564 (0,0346)	0,2571 (0,1050)	-0,0127 (0,0212)	1,8086 (0,3291)
	UE-12	-0,0298 (0,0337)	0,2447 (0,1097)	-0,0247 (0,0235)	1,7455 (0,3568)
Italia	UE-15	-0,0180 (0,0374)	0,2242 (0,0717)	-0,0093 (0,0261)	1,0075 (0,4044)
	UE-12	0,0098 (0,0382)	0,2579 (0,0550)	-0,0219 (0,0230)	1,3599 (0,4323)
España	UE-15	0,1713 (0,0702)	0,4131 (0,1269)	0,0910 (0,0365)	—
	UE-12	0,2000 (0,0687)	0,4064 (0,1449)	0,0788 (0,0397)	—
Austria	UE-15	0,0681 (0,0374)	0,2062 (0,1061)	-0,0226 (0,0315)	2,1556 (0,3644)
	UE-12	0,0934 (0,0405)	0,1951 (0,1090)	-0,0334 (0,0297)	1,5341 (0,4089)
Bélgica	UE-15	0,0155 (0,0518)	0,3206 (0,1056)	0,0670 (0,0255)	—
	UE-12	0,0436 (0,0532)	0,3282 (0,1090)	0,0553 (0,0285)	—
Dinamarca	UE-15	-0,1133 (0,0628)	0,2619 (0,0784)	0,1298 (0,0520)	1,4633 (0,2241)
	UE-12	-0,0899 (0,0652)	0,2387 (0,0833)	0,1316 (0,0581)	1,5769 (0,2332)
Finlandia	UE-15	0,2906 (0,0571)	0,4099 (0,0548)	-0,1381 (0,0442)	1,4813 (0,0883)
	UE-12	0,3376 (0,0569)	0,4325 (0,0564)	-0,1612 (0,0385)	1,6140 (0,0921)
Grecia	UE-15	-0,0954 (0,0483)	-0,1333 (0,1040)	0,0342 (0,0284)	1,0246 (0,1471)
	UE-12	-0,0814 (0,0471)	-0,0831 (0,1062)	0,0220 (0,0324)	1,0757 (0,1386)

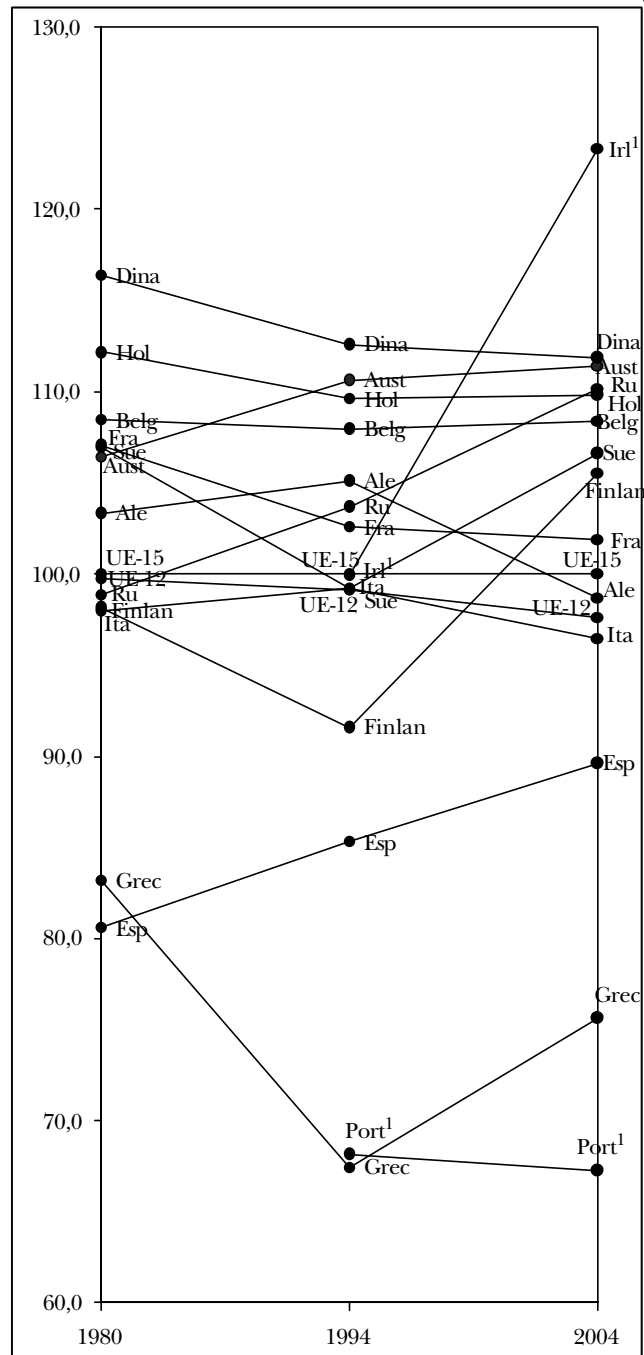
CUADRO 8.1 (cont.): **Estimación de los modelos de crecimiento diferencial.**

**Modelo estimado (ecuación [8.3]):**  $g_{i,t-1} = \alpha_i + a_1 g_{i,t-1} + b_1 C_t + \beta C_{i,t} + \eta_{i,t}$

	Con respecto a:	$\alpha_i$	$g_{i,t-1}$	Ciclo común: $C_t$	Ciclo específico: $C_{i,t}$
<b>Holanda</b>	UE-15	-0,0477 (0,0517)	0,4078 (0,0938)	0,0498 (0,0420)	1,7427 (0,2987)
	UE-12	-0,0164 (0,0489)	0,3987 (0,0959)	0,0386 (0,0418)	1,6351 (0,2954)
<b>Suecia</b>	UE-15	0,0679 (0,0386)	0,1345 (0,0684)	0,0666 (0,0350)	1,0436 (0,1127)
	UE-12	0,1020 (0,0415)	0,1652 (0,0628)	0,0667 (0,0287)	1,2388 (0,1185)

*Nota:* El periodo abarca desde el primer cuatrimestre de 1980 al tercero de 2004. Los errores estándar (entre paréntesis) se han estimado de manera robusta a heterocedasticidad y autocorrelación mediante el estimador de Newey-West.

GRÁFICO 8.3: Posiciones relativas UE-15 = 100 en 1980, en 1994 y en 2004



<sup>1</sup> Para Irlanda, el dato es de 1997, para Portugal de 1995.



## 9. Cambios paramétricos en el proceso de convergencia

EN este capítulo se trata de comprobar la estabilidad de las relaciones halladas en la sección precedente, concretamente si el crecimiento diferencial que ha alterado la posición relativa de las distintas economías se ha producido de manera homogénea a lo largo del periodo considerado, o se ha concentrado en determinados momentos. Para llegar a los resultados que exponemos a continuación hemos procedido, de un lado, a estimar recursivamente las regresiones del cuadro 8.1 comprobando la estabilidad de los estimadores (algunos de ellos se representan en el gráfico 9.1). De otro lado, debido a que en la estimación recursiva, conforme aumenta el periodo muestral, se promedia de modo decreciente cada observación, es posible que determinados cambios no resulten lo bastante pronunciados como para localizarse en una mera inspección visual. Por ello hemos estimado los crecimientos diferenciales respecto al promedio UE-12 en dos subperiodos eligiendo enero de 1994 como punto de ruptura. La elección a priori de este punto se basa en dos hechos. El primero es el que el Tratado de la Unión Europea (o Tratado de Maastricht) entró en vigor el 1 de noviembre de 1993. En él se fijan los criterios de convergencia de tipos de interés, inflación, tipos de cambio y finanzas públicas para el acceso a la Tercera Etapa de la Unión Monetaria Europea. El segundo motivo para elegir esta fecha es que pueden darse por concluidas las recesiones que, como vimos, afectaban a buena parte de las economías europeas. Los resultados de las estimaciones se presentan en el cuadro 9.1.

Comentamos estos cuadros tomando como punto de partida la clasificación de comportamientos con que concluimos la sección precedente. En particular:

a) Comportamientos compatibles con la convergencia de tipo  $\beta$ :

— España (mejora desde niveles inferiores) y Dinamarca (empeoramiento desde niveles superiores) se mantienen a lo largo de los dos subperiodos. Las constantes ( $\alpha_i = \mu_i - \mu_j$ ) de los crecimientos diferenciales no varían significativamente entre subperiodos, sí la dependencia de los crecimientos diferenciales de ambas economías con respecto al ciclo europeo común que se hace nula. Desde 1994, por lo tanto, ambas economías habrían convergido con independencia del ciclo común, mientras que en la etapa previa lo hicieron en relación directa con el ciclo común.

b) Comportamientos que no contradicen (ni confirman) la convergencia de tipo  $\beta$ :

- en el núcleo de la UE-12, Alemania y Francia no muestran distintos valores paramétricos en ambos subperiodos. Debe tenerse en cuenta su elevada contribución al promedio UE-12 con respecto al cual estamos haciendo la comparación. No obstante, crecen de manera estable por debajo del promedio, aunque las constantes no sean significativas. Holanda muestra idéntico comportamiento por subperiodos. Bélgica e Italia crecen por encima del promedio en el segundo subperiodo, no en el primero, aunque de manera significativa sólo Italia, que además incrementa la importancia de su componente cíclico específico. Suecia mejora con respecto al promedio si bien de modo no significativo por subperiodos, la diferencia entre ambos no es tampoco significativa;
- en Portugal, desde 2000 se ha detenido el proceso de convergencia (véase la evolución de la constante estimada recursivamente en el gráfico 9.1) al tiempo que incrementaba su vinculación con el ciclo común.

c) Comportamientos incompatibles con la convergencia de tipo  $\beta$ :

- Las mejoras de Reino Unido y Finlandia se han producido de manera homogénea en ambos subperiodos en el primer caso, y de manera mucho más pronunciada antes de 1994 en Finlandia. La dependencia del Reino Unido respecto de su componente cíclico específico es menor en el segundo subperiodo. Por el contrario, aumenta su importancia en Finlandia;
- desde posiciones superiores al promedio, mejora significativamente Austria de manera más importante en el segundo subperiodo, esto es, desde 1994. Gana peso el factor cíclico específico;

- Irlanda mantiene su crecimiento diferencial positivo de manera estable desde 1997, así como su vinculación al ciclo común;
- Grecia experimenta un crecimiento diferencial positivo significativo desde 1998-1999 de manera evidente (véase también el gráfico 8.2), de ahí que hayamos estimado antes y después del primer trimestre de 1998. Las estimaciones recursivas lo confirman. Desde esa fecha, el comportamiento de Grecia sería compatible con la convergencia de tipo  $\beta$  al acercarse de modo significativo a la referencia.

**CUADRO 9.1: Estimación de los modelos de crecimiento diferencial respecto de UE-12 en dos subperiodos.**

**Modelo estimado (ecuación [8.3]):  $g_{i,t-1} = \alpha_i + a_1 g_{i,t-1} + b_1 C_t + \beta C_{i,t} + \eta_{i,t}$**

	$\alpha_i$		$g_{i,t-1}$		Ciclo común: $C_t$		Ciclo específico: $C_{i,t}$	
	1.º trim. de 1980- 4.º trim. de 1993	1.º trim. de 1994- 3.º trim. de 2004	1.º trim. de 1980- 4.º trim. de 1993	1.º trim. de 1994- 3.º trim. de 2004	1.º trim. de 1980- 4.º trim. de 1993	1.º trim. de 1994- 3.º trim. de 2004	1.º trim. de 1980- 4.º trim. de 1993	1.º trim. de 1994- 3.º trim. de 2004
<b>Reino Unido</b>	0,0916 (0,0619)	0,1074 (0,0548)	0,2685 (0,1222)	0,0585 (0,0912)	-0,0238 (0,0395)	-0,0932 (0,0209)	1,6056 (0,2340)	1,0827 (0,4337)
<b>Alemania</b>	-0,0632 (0,0461)	-0,0482 (0,0637)	0,3307 (0,1082)	0,4130 (0,0894)	0,0114 (0,0234)	-0,0266 (0,0209)	1,4253 (0,3042)	1,0620 (0,5179)
<b>Francia</b>	-0,0261 (0,0441)	-0,0038 (0,0417)	0,0561 (0,1352)	0,5569 (0,0821)	-0,0189 (0,0267)	-0,0178 (0,0306)	1,8699 (0,5633)	1,4933 (0,3767)
<b>Italia</b>	-0,0202 (0,0684)	0,1076 (0,0466)	0,2617 (0,0672)	0,2715 (0,1199)	-0,0212 (0,0274)	-0,0232 (0,0474)	1,4064 (0,5754)	2,5051 (1,2337)
<b>España</b>	0,2152 (0,1082)	0,1708 (0,0687)	0,4501 (0,1592)	0,2067 (0,1145)	0,1139 (0,0495)	-0,0329 (0,0412)	—	—
<b>Austria</b>	0,0877 (0,0590)	0,1931 (0,0496)	0,2502 (0,1207)	-0,0440 (0,1273)	-0,0227 (0,0380)	-0,1887 (0,0425)	1,5153 (0,4440)	4,6371 (1,0028)
<b>Bélgica</b>	0,0031 (0,0687)	0,0685 (0,0771)	0,4794 (0,1264)	0,0481 (0,1271)	0,0477 (0,0304)	0,0633 (0,0755)	—	—
<b>Dinamarca</b>	-0,0741 (0,1021)	-0,1095 (0,0783)	0,1887 (0,1057)	0,4436 (0,1348)	0,1713 (0,0838)	0,0277 (0,0566)	1,6020 (0,2924)	1,9601 (0,5734)
<b>Finlandia</b>	0,3632 (0,0973)	0,1918 (0,0915)	0,4574 (0,0708)	0,3907 (0,0677)	-0,1617 (0,0442)	-0,2359 (0,0568)	1,6230 (0,1187)	2,1927 (0,3085)

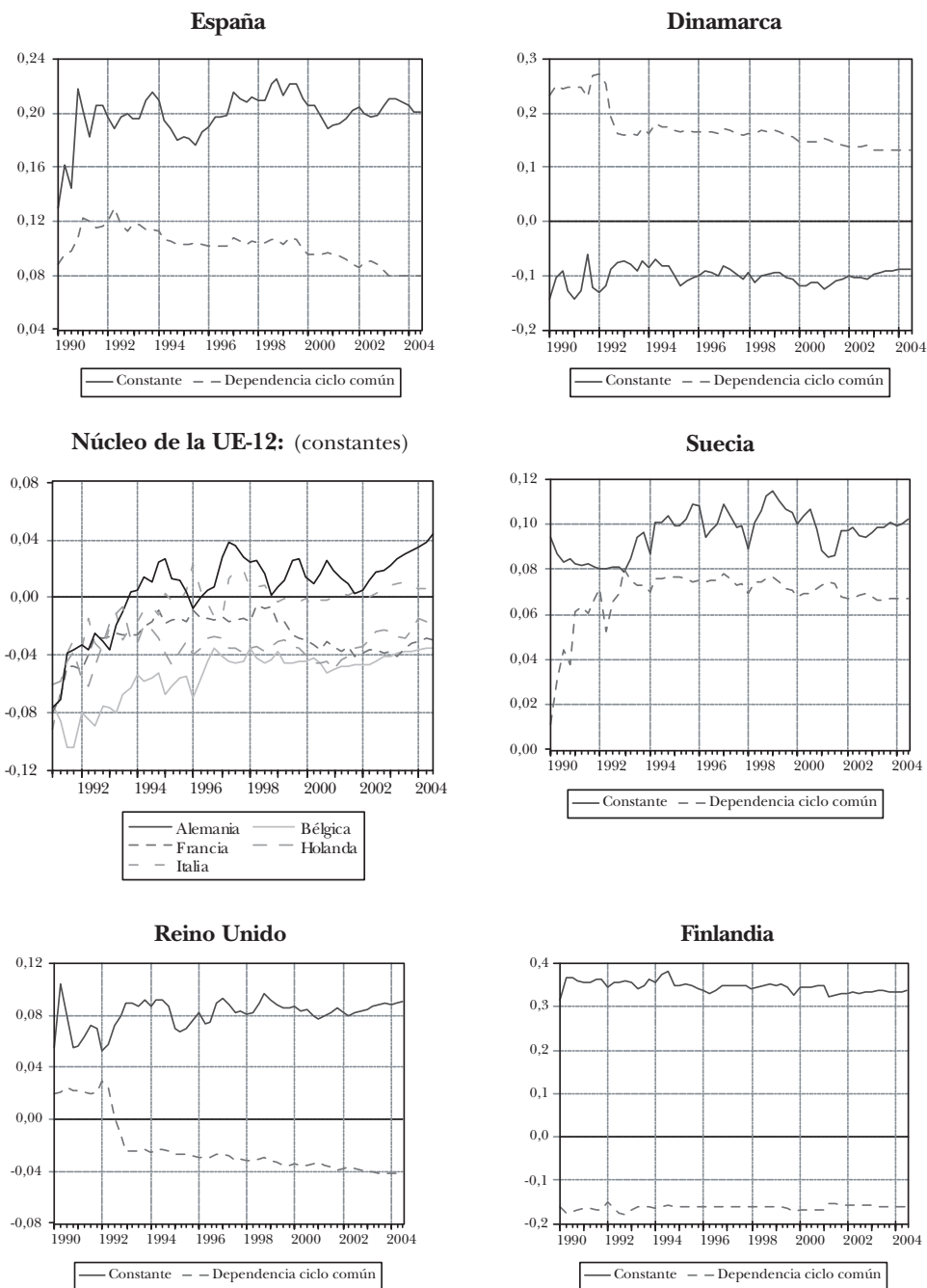
**CUADRO 9.1 (continuación): Estimación de los modelos de crecimiento diferencial respecto de UE-12 en dos subperiodos.**

**Modelo estimado (ecuación [8.3]):  $g_{i,t-1} = \alpha_i + a_1 g_{i,t-1} + b_1 C_t + \beta C_{i,t} + \eta_{i,t}$**

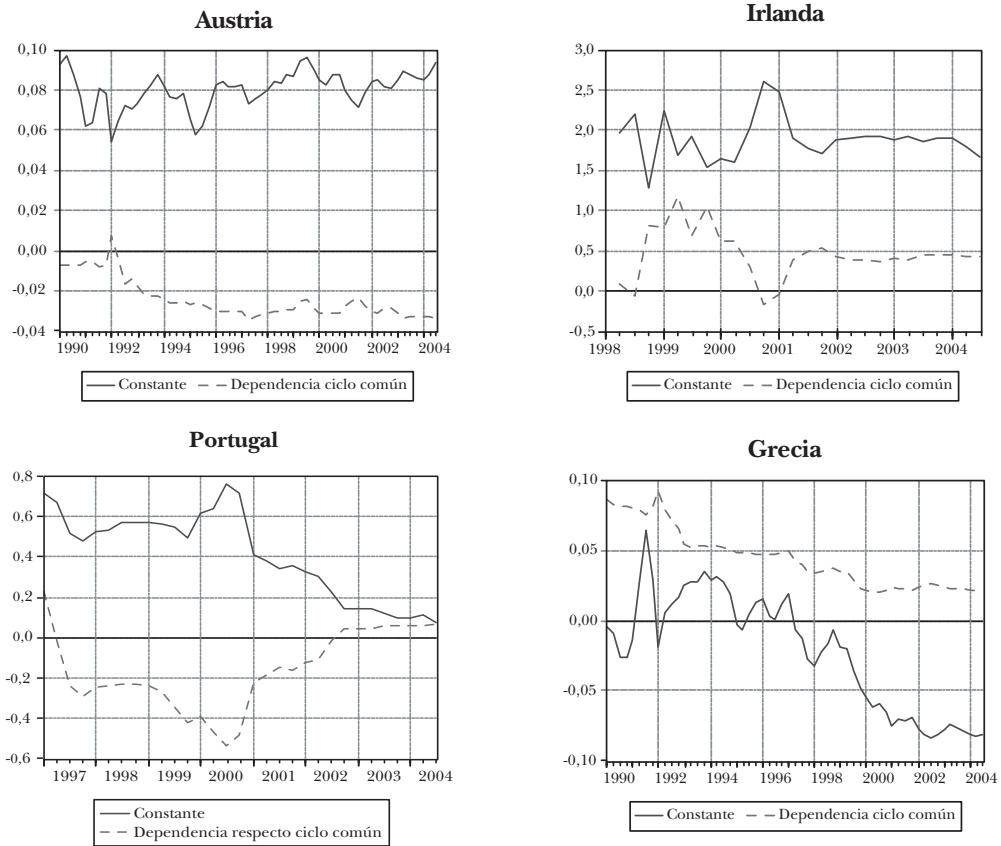
	$\alpha_i$		$g_{i,t-1}$		Ciclo común: $C_t$		Ciclo específico: $C_{i,t}$	
	1.º trim. de 1980- 4.º trim. de 1993	1.º trim. de 1994- 3.º trim. de 2004	1.º trim. de 1980- 4.º trim. de 1993	1.º trim. de 1994- 3.º trim. de 2004	1.º trim. de 1980- 4.º trim. de 1993	1.º trim. de 1994- 3.º trim. de 2004	1.º trim. de 1980- 4.º trim. de 1993	1.º trim. de 1994- 3.º trim. de 2004
<b>Grecia</b>	-0,0279 (0,0691)	0,7802 (0,1894)	-0,0550 (0,1194)	0,0449 (0,1674)	0,0353 (0,0370)	-0,3889 (0,0765)	1,3014 (0,1884)	-0,6006 (0,3457)
<b>Holanda</b>	-0,0288 (0,0817)	0,0027 (0,0446)	0,4252 (0,1094)	0,2534 (0,1049)	0,0609 (0,0570)	-0,0394 (0,0456)	1,8323 (0,5027)	1,5985 (0,3480)
<b>Irlanda</b>	—	1,6620 (0,3079)	—	0,6460 (0,1520)	—	0,4382 (0,1704)	—	—
<b>Portugal</b>	—	0,0760 (0,1461)	—	0,0909 (0,2286)	—	0,0661 (0,1291)	—	—
<b>Suecia</b>	0,0962 (0,0794)	0,0438 (0,0899)	0,1834 (0,0759)	0,0990 (0,1381)	0,0732 (0,0378)	0,0481 (0,0390)	1,2301 (0,1639)	1,5555 (0,4131)

*Nota:* Los dos subperiodos abarcan desde el primer trimestre de 1980 al cuarto de 1993 y desde el primero de 1994 al tercero de 2004, salvo para los casos de Grecia (primero de 1980 a cuarto de 1997 y primero de 1998 a tercero de 2004), Irlanda (primero de 1997 a tercero de 2004) y Portugal (primero de 1995 a tercero de 2004). Los errores estándar (entre paréntesis) se han estimado de manera robusta a heterocedasticidad y autocorrelación mediante el estimador de Newey-West.

**GRÁFICO 9.1: Estimaciones recursivas para algunos parámetros de las regresiones del cuadro 8.1**



**GRÁFICO 9.1 (continuación): Estimaciones recursivas para algunos parámetros de las regresiones del cuadro 8.1**



*Nota:* El periodo abarca desde el primer trimestre de 1980 al tercero de 2004.

## 10. Conclusiones

EL análisis precedente ha permitido alcanzar una serie de conclusiones en torno a la importancia que el ciclo económico ha tenido en el proceso de convergencia en los Productos Interiores Brutos (PIB) per cápita en la UE-15 en el periodo considerado. Se ha puesto en evidencia la existencia de sincronía cíclica, esto es, la presencia de un ciclo común significativo en las series de PIB de las economías consideradas. Todas las economías experimentan auges y recesiones en los mismos periodos sin que las diferencias resulten sustanciales. Existe, por tanto, una convergencia de fase cíclica muy elevada. Se comprueba también la presencia de comportamientos coyunturales específicos que resultan más importantes en Reino Unido y Finlandia y menos en el resto de economías. Se constata también la pérdida de importancia de variación cíclica específica en varios casos, especialmente desde 1994 en Reino Unido, Alemania, Dinamarca y Suecia. Se ha avanzado también en la convergencia en amplitud cíclica, de forma que, desde 1994, la convergencia se ha producido también en amplitud en todas las economías excepto Austria, Finlandia, Grecia e Irlanda. Estas variaciones de comportamiento se manifiestan en cambios paramétricos apreciables en las estimaciones recursivas de los modelos de crecimiento diferencial.

A pesar del importante grado de sincronía cíclica, los avances en los procesos de convergencia de tipos  $\beta$  y  $\sigma$  han sido desiguales. Comportamientos coherentes con convergencia de tipo  $\beta$  se han dado en España desde una posición inferior y en Dinamarca, desde una superior, de modo homogéneo a lo largo del periodo. Grecia y Portugal han convergido desde posiciones inferiores sólo en momentos expansivos duraderos, es decir, Grecia desde 1998 y Portugal hasta el año 2000 (desde 1995 al menos). Comportamientos divergentes con la convergencia de tipo  $\beta$  son los de Reino Unido, Finlandia, Austria e Irlanda (en el periodo disponible en este último caso) que mejoran partiendo de niveles medios. En estas economías, y en España, la frecuencia de las recesiones ha sido menor o bien de escasa duración.

Las economías de Alemania y Francia, en la medida en que condicionan el agregado de referencia UE-12, no ven alteradas sustancialmente su

posición en la distribución. Sin embargo, al comparar con el agregado UE-15 donde el Reino Unido influye, se aprecia un descenso hacia niveles inferiores. Éste se acentúa en los momentos recesivos o de débil crecimiento que son comparativamente más abundantes que en los casos citados en el párrafo anterior. Las economías de Italia, Holanda, Bélgica y Suecia mantienen su posición en el promedio, aunque Italia mejora desde 1994 con respecto a la UE-12 (no con respecto a la UE-15).

A pesar de estos comportamientos desiguales, al agregar mediante regresiones del tipo de la ecuación (2.1) se aprecia convergencia de tipo  $\beta$ . No obstante, hemos optado por un análisis dinámico e individualizado que ha arrojado, a nuestro juicio, más información, especialmente en relación al que constituía el objetivo de este trabajo, esto es, la relación entre ciclo y convergencia.

En este sentido, los modelos estimados de crecimiento diferencial han permitido constatar la relevancia del ciclo en los casos donde ha habido convergencia y también en los que no la ha habido. La frecuencia y la severidad de las recesiones y la magnitud del crecimiento tienen la capacidad de acercar o alejar las posiciones relativas que ocupan las economías en la distribución. De ahí que la diversidad de comportamientos haya impedido una reducción neta de la dispersión (convergencia de tipo  $\sigma$ ) de los niveles de PIB per cápita a lo largo del periodo.

Obviamente, para llegar a conclusiones de política económica, es preciso ampliar el conjunto de variables considerado como indicamos al referirnos a la convergencia condicionada, abundando los trabajos en este sentido. De momento, ha quedado constatada la necesidad de considerar el comportamiento cíclico de las economías cuando se juzgan sus logros en términos de crecimiento a largo plazo y convergencia, y la necesidad, por tanto, de integrar ambas dinámicas en los modelos teóricos y aplicados.

Si extrapolamos los resultados hallados en la segunda parte de la muestra, es decir, desde 1994 en adelante, la dinámica de convergencia vendrá dictada por los términos constantes del crecimiento diferencial. En ese caso, de suponer constantes los parámetros, cabe esperar la continuación del proceso de convergencia por parte de España. Para Grecia la convergencia depende de que se mantenga el patrón de comportamiento presente desde 1998 aproximadamente. En Portugal, está condicionada a la salida de la duradera recesión en que se encuentra, ya que de extrapolar sin más su situación actual apuntaría a divergencia. Al agregar comportamientos, el empeoramiento relativo del núcleo de la UE-12, junto con la convergencia de las economías que parten de niveles inferiores, arroja el resultado de convergencia de tipo  $\beta$  al utilizar regresiones de sección cruzada. Sin embar-



go, las economías que se apartan hacia lugares superiores en la distribución (Reino Unido, Finlandia, Austria e Irlanda) partiendo de niveles de PIB per cápita elevados, pueden estar señalando a una Europa, incluso de *tres velocidades*, o en terminología ya habitual, de clubes de convergencia. Es decir, respecto del promedio de la UE-15, los casos de divergencia *hacia arriba*, y de logro incompleto de la convergencia por parte de las tres economías peor situadas, han impedido una reducción sustancial de la dispersión de la distribución en el seno de la UE-15.

# Apéndices



## Apéndice 1. Representación en el espacio de los estados de los modelos de componentes no observables utilizados

Comenzando por el modelo univariante de Tendencia Cíclica (5.1), recordemos que consta de la siguiente ecuación de observación que relaciona la serie observable con los componentes no observables:

$$y_t = \log(Y_t) = T_t + e_t \quad (\text{A1.1})$$

donde  $e_t \sim iid N(0, \sigma_e^2)$ . En notación matricial (suponiendo, como ejemplo, un componente cíclico que sigue un modelo autorregresivo de orden  $p = 2$ ) queda:

$$y_t = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} T_t \\ C_t \\ C_{t-1} \end{bmatrix} + e_t \quad (\text{A1.2})$$

Los componentes no observables, tendencial y cíclico, se modelizan en la ecuación de transición. Suponiendo una tendencia cíclica:

$$T_t = \mu + T_{t-1} + C_{t-1} \quad (\text{A1.3})$$

con  $\mu$  el parámetro de deriva y  $C_t$  el componente cíclico, que suponemos sigue un modelo autorregresivo estacionario de orden  $p = 2$ :

$$C_t = \phi_1 C_{t-1} + \phi_2 C_{t-2} + \varepsilon_t \quad (\text{A1.4})$$

con  $e_t \sim iid N(0, \sigma_e^2)$  y  $E(e_t \varepsilon_s) = 0$  para todo par  $(t, s)$ . La representación matricial de la ecuación de transición es:

$$\begin{bmatrix} T_t \\ C_t \\ C_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & \phi_1 & \phi_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{t-1} \\ C_{t-1} \\ C_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.5})$$

Las ecuaciones de observación y de transición para el modelo de Tendencia Cíclica admiten una representación general en el espacio de los estados. Así, en una ecuación de observación de forma general sería:

$$y_t = H\beta_t + e_t \quad (\text{A1.6})$$

Para el modelo de Tendencia Cíclica, la matriz de transición es  $H = [1 \ 0 \ 0]$  y el vector de estados que agrupa los componentes no observables  $\beta_t = \begin{bmatrix} T_t \\ C_t \\ C_{t-1} \end{bmatrix}$ . La generalización de (A1.6) a un modelo multivariante es inmediata como comprobamos más adelante en el modelo multivariante de tendencia cíclica. Una ecuación de transición general puede escribirse como:

$$\beta_t = \delta + F\beta_{t-1} + v_t \quad (\text{A1.7})$$

Para el modelo de Tendencia Cíclica,  $\delta = \begin{bmatrix} \mu \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , la matriz de transición  $F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & \phi_1 & \phi_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ , el vector de estados retardado  $\beta_{t-1} = \begin{bmatrix} T_{t-1} \\ C_{t-1} \\ C_{t-2} \end{bmatrix}$  y el vector de ruidos  $v_t = \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_t \\ 0 \end{bmatrix}$ .

Los supuestos relativos a las varianzas y covarianzas de los ruidos de (A1.6) y (A1.7) en el caso del modelo de Tendencia Cíclica quedan resumidos así:

$$\begin{pmatrix} e_t \\ v_t \end{pmatrix} \sim N \left( 0, \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & Q \end{pmatrix} \right) \quad (\text{A1.8})$$

donde la diagonalidad por bloques de la matriz de covarianzas del vector  $\begin{pmatrix} e_t \\ v_t \end{pmatrix}$  se debe a los supuestos de ortogonalidad entre los ruidos de ambas ecuaciones. Para el modelo de Tendencia Cíclica  $R = [\sigma_e^2]$ , mientras que en  $Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\varepsilon^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  se recogen los supuestos de ortogonalidad de los componentes no observables. Para la reducción del número de parámetros, Young (1994) propone la normalización de la varianza de la ecuación de observación  $\sigma_e^2 = 1$ .

En ese caso se define la ratio de varianzas señal ruido (*noise variance ratio*)

$$\text{como } nvr = \sigma_\varepsilon^2 / \sigma_e^2 \text{ y } Q^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & nvr & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

La representación en el espacio de estados (A1.6), (A1.7) y (A1.8) permite la estimación de los parámetros desconocidos mediante máxima verosimilitud, así como la obtención de los componentes filtrados (tendencial y cíclico) del vector de estados. La estimación del vector de estados, de naturaleza recursiva, se actualiza con la nueva información observada en cada momento  $t$ , y se realiza mediante el filtro de Kalman. La representación bajo la forma de ecuaciones de predicción y corrección del filtro de Kalman es la siguiente. Para las ecuaciones de predicción del vector de estados (Harvey, 1989):

$$\begin{aligned} \beta_{t/t-1} &= \delta + F\beta_{t-1/t-1} \\ P_{t/t-1} &= FP_{t-1/t-1}F' + Q \end{aligned} \quad (\text{A1.9})$$

La primera ecuación es la estimación condicionada del vector de estados, la segunda su matriz de covarianzas o de precisión. Las ecuaciones de predicción de la variable observada y de su varianza son:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{t/t-1} &= H\beta_{t/t-1} \\ f_{t/t-1} &= HP_{t/t-1}H' + R \end{aligned} \quad (\text{A1.10})$$

Las ecuaciones de actualización corrigen recursivamente la predicción realizada en (A1.9), con información hasta  $t-1$ , utilizando la información observada en  $t$ .

$$\begin{aligned} \beta_{t/t} &= \beta_{t/t-1} + P_{t/t-1}H'f_{t/t-1}^{-1} [y_t - H\beta_{t/t-1}] \\ P_{t/t} &= P_{t/t-1} - P_{t/t-1}H'f_{t/t-1}^{-1}HP_{t/t-1} \end{aligned} \quad (\text{A1.11})$$

El error de predicción  $\eta_{t/t-1} = y_t - \hat{y}_{t/t-1} = y_t - H\beta_{t/t-1}$  está ponderado por la inversa de su matriz (escalar en nuestro caso) de covarianzas  $f_{t/t-1}$ . Es preciso iniciar el cálculo recursivo de las ecuaciones (A1.9), (A1.10) y (A1.11) estableciendo unas condiciones iniciales  $\beta_{0/0}$  y  $P_{0/0}$ , lo que se realiza utilizando las esperanzas y varianzas incondicionadas en el caso de los componentes estacionarios, y para los no estacionarios un valor arbitrario al que se le supone una elevada varianza. Alternativamente, las condiciones iniciales pueden estimarse junto al resto de los parámetros desconocidos.

Como consecuencia de la operación del filtro de Kalman se obtienen los errores de predicción y sus varianzas que, bajo el supuesto de normalidad, tienen como logaritmo de la función de verosimilitud la expresión:

$$\log L(\theta/\psi_T) = \sum_{t=1}^T \log \left( (2\pi)^{-\frac{1}{2}} / f_{t,t-1} / \sqrt{\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \eta_{t/t-1} f_{t/t-1}^{-1} \eta_{t/t-1} \right\} \right) \quad (\text{A1.12})$$

donde  $\theta$  agrupa los parámetros desconocidos y  $\psi_t = \{y_T, y_{T-1}, \dots, y_1\}$  es el conjunto de información. (A1.2) se maximiza mediante algoritmos de búsqueda no lineales.

Los componentes del vector de estados suavizados (tendencial y cíclico en el modelo de Tendencia Cíclica) se obtienen condicionando a toda la muestra mediante un algoritmo de suavizado de intervalo fijo (Harvey, 1989) cuya ejecución recursiva, hacia atrás, comienza en  $t = T - 1$  y llega hasta  $t = 1$ :

$$\begin{aligned} \beta_{t/T} &= \beta_{t/t} + P_{t/t} F' P_{t+1/t}^{-1} [\beta_{t+1/T} - \delta - F \beta_{t/t}] \\ P_{t/T} &= P_{t/t} - P_{t/t} F' P_{t+1/t}^{-1} (P_{t+1/T} - P_{t+1/t}) P_{t+1/t}^{-1} F P_{t/t} \end{aligned} \quad (\text{A1.13})$$

El modelo multivariante con factor cíclico común (ecuación [7.1]) para  $m$  series tiene como ecuación de observación:

$$y_{i,t} = T_{i,t} + e_{i,t} \quad (\text{A1.14})$$

donde el subíndice  $i = 1, \dots, m$  indica la serie  $i$ -ésima,  $e_{i,t} \sim iid N(0, \sigma_{e,i}^2)$  y  $E(e_{i,t} e_{j,s})$  para  $i \neq j$  y todo par  $(t,s)$ . En notación matricial (para simplificar supondremos  $m = 2$ , que el factor cíclico común sigue un autorregresivo de orden  $p = 2$ , y los componentes cíclicos específicos son ambos autorregresivos de orden 1) la ecuación de observación es:

$$\begin{bmatrix} y_{1,t} \\ y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,t} \\ T_{2,t} \\ C_t \\ C_{t-1} \\ C_{1,t} \\ C_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.15})$$

que admite como representación general (A1.6) definiendo adecuadamente sus términos.

Respecto a los componentes del vector de estados, cada una de las tendencias cíclicas  $T_{i,t}$  sigue:

$$T_{t,i} = \mu_i + T_{i,t-1} + \gamma_i C_{t-1} + C_{i,t-1} \quad (\text{A1.16})$$

donde  $\gamma_i$  es la carga factorial. La tendencia acumula tanto el componente cíclico común  $C_t$  multiplicado por la carga factorial como el específico  $C_{i,t-1}$ , así como su propia deriva  $\mu_i$ . El factor cíclico común sigue un proceso autorregresivo estacionario con varianza normalizada (para permitir la identificación del modelo multivariante), con  $p = 2$ :

$$C_t = \phi_1 C_{t-1} + \phi_2 C_{t-2} + \varepsilon_t \quad (\text{A1.17})$$

con  $\varepsilon_t \sim iid N(0,1)$  y  $E(e_{i,t} \cdot \varepsilon_s) = 0$  para todo  $i$  y todo par  $(t,s)$ . Los componentes cíclicos específicos  $C_{i,t}$ , suponiendo autorregresivos de orden 1, siguen:

$$C_{i,t} = \psi_i C_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t} \quad (\text{A1.18})$$

con  $\varepsilon_{i,t} \sim iid N(0, \sigma_{\varepsilon,i}^2)$  y  $E(\varepsilon_{i,t} \cdot \varepsilon_{j,s}) = 0$  para  $i \neq j$  y todo par  $(t,s)$ ,  $E(e_{i,t} \cdot \varepsilon_{j,s}) = 0$  y  $E(\varepsilon_i \cdot \varepsilon_{i,s}) = 0$  para todo par  $(i,j)$  y  $(t,s)$ .

Bajo estos supuestos la ecuación de transición de estados es:

$$\begin{bmatrix} T_{1,t} \\ T_{2,t} \\ C_t \\ C_{t-1} \\ C_{1,t} \\ C_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \gamma_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \gamma_2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \phi_1 & \phi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,t-1} \\ T_{2,t-1} \\ C_{t-1} \\ C_{t-2} \\ C_{1,t-1} \\ C_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_t \\ 0 \\ \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.19})$$

que admite una representación general como (A1.7).

Respecto de la matriz de covarianzas de los ruidos, los supuestos reali-

zados hacen  $R = \begin{bmatrix} \sigma_{\varepsilon,1}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varepsilon,2}^2 \end{bmatrix}$  y  $Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\varepsilon,1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\varepsilon,1}^2 \end{bmatrix}$ . La normalización

de las varianzas de los ruidos de observación a la unidad  $R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  hace

que en  $Q$  se estimen, de modo análogo al caso univariante, las ratios varianza ruido  $nr_i$  (el valor numérico de las cargas factoriales también se verá afectado por esta normalización). La aplicación del filtro de Kalman para la obtención de las estimaciones máximo verosímiles de los parámetros y de



los componentes no observables, filtrados y suavizados, sigue las ecuaciones anteriores (A1.9) a (A1.13).

## Apéndice 2. Convergencia en el modelo multivariante con factor cíclico común

En el capítulo 8, para contrastar la convergencia entre economías formulamos un modelo de crecimiento diferencial entre una serie  $y_{i,t}$  y su valor de referencia  $y_{j,t}$ . Siendo ambas variables  $I(1)$ , sus tasas de variación son  $I(0)$ . Definimos la tasa de participación como  $s_{i,t} = y_{i,t} - y_{j,t}$  así como su tasa de crecimiento diferencial como  $g_{i,t} = \Delta s_{i,t} = \Delta y_{i,t} - \Delta y_{j,t}$ . Así, por ejemplo, si tanto  $y_{i,t}$  como  $y_{j,t}$  obedecen a la descomposición de Tendencia Cíclica con factor cíclico común de forma reducida (8.2), la forma reducida de  $g_{i,t}$  queda:

$$\begin{aligned} g_{i,t} &= \Delta y_{i,t} - \Delta y_{j,t} = (\Delta T_{i,t} - \Delta T_{j,t}) + (\Delta e_{i,t} - \Delta e_{j,t}) = \\ &= (\mu_i - \mu_j) + (\gamma_i - \gamma_j) \frac{\varepsilon_{t-1}}{\phi(L)} + \left( \frac{\varepsilon_{i,t-1}}{\psi_i(L)} - \frac{\varepsilon_{j,t-1}}{\psi_j(L)} \right) + (\Delta e_{i,t} - \Delta e_{j,t}) = \\ &= (\mu_i - \mu_j) + (\gamma_i - \gamma_j) C_{t-1} + (C_{i,t-1} - C_{j,t-1}) + (\Delta e_{i,t} - \Delta e_{j,t}) \end{aligned} \quad (A2.1)$$

donde el subíndice  $j$  se refiere al componente específico de la referencia  $y_{j,t}$ . Si no se anulan los términos que aparecen restando en (A2.1),  $g_{i,t}$  dependerá en general del factor cíclico común de las series  $y_{i,t}$  e  $y_{j,t}$  con un parámetro igual a  $\gamma_i - \gamma_j$ . El crecimiento diferencial medio que mide la convergencia o divergencia entre  $y_{i,t}$  e  $y_{j,t}$  será  $\mu_i - \mu_j$ . Nótese que la diferencia de los ciclos específicos también interviene en  $g_{i,t}$ .

En función de los valores parámetros estimados, podemos caracterizar estas situaciones:

- a) si  $\gamma_i - \gamma_j = 0$ , además de dependencia contemporánea respecto del factor cíclico común (convergencia en fase cíclica), coinciden las cargas factoriales y podemos hablar de convergencia en amplitud cíclica. Si además de convergencia en fase y amplitud sucede que  $C_{i,t} = 0$  y  $C_{j,t} = 0$ , esto es, no hay variación cíclica específica, la convergencia cíclica es plena.
- b) si  $\mu_i - \mu_j = 0$ ,  $\gamma_i - \gamma_j = 0$ ,  $C_{i,t} = 0$  y  $C_{j,t} = 0$  puede hablarse de tendencia común. La diferencia de ambas series  $y_{i,t} - y_{j,t}$  será estacionaria. Para verlo escribimos (A2.1) como:

$$y_{i,t} - y_{j,t} = \frac{1}{\Delta} \left( \mu_i - \mu_j + (\gamma_i - \gamma_j) C_{t-1} + C_{i,t-1} - C_{j,t-1} \right) + e_{i,t} - e_{j,t} \quad (\text{A2.2})$$

Para hablar de tendencia común (o cointegración) es preciso que las variaciones cíclicas específicas  $C_{i,t}$  y  $C_{j,t}$  sean ambas nulas excluyendo su igualdad o su proporcionalidad puesto que, en tales casos, estarían ya incorporadas en el ciclo común  $C_t$ . La condición  $\gamma_i - \gamma_j = 0$  no es necesaria para tener una tendencia común ya que, de no cumplirse, ambas series podrían reescalarsse dividiendo por sus cargas factoriales respectivas forzando en las series reescaladas que  $\gamma_i = \gamma_j = 1$  y asegurando  $\gamma_i - \gamma_j = 0$ .

### Apéndice 3. Trimestralización de las series anuales de población

En el capítulo 4 se aplicó el modelo univariante de Tendencia Cíclica para la interpolación de los datos anuales de población y la obtención de estimaciones trimestrales por las que dividir el PIB trimestral y obtener los términos per cápita con esa periodicidad. El procedimiento de trimestralización se describe a continuación.

Una primera etapa consiste en una interpolación lineal para obtener una serie auxiliar trimestral observable que se utiliza posteriormente en el modelo de Tendencia Cíclica, por lo que ha de resultar compatible con el mismo. A partir de la serie de datos anuales en niveles  $y_t$ , siendo  $t$  el año, la serie trimestral auxiliar promedia, conforme al trimestre de que se trate, los valores anuales corriente y del año previo. Esto es, para cada trimestre del año  $t$ , el valor trimestral es  $y_{t,j} = \frac{1}{4} \left( \frac{4-j}{4} y_{t-1} + \frac{j}{4} y_t \right)$  para los trimestres  $j = 1, 2, 3, 4$ . Por ejemplo, para el primer trimestre del año  $t$ ,  $y_{t,1} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4} y_{t-1} + \frac{3}{4} y_t \right)$ . Los incrementos intertrimestrales correspondientes a la serie auxiliar  $y_{t,j}$  son constantes a lo largo de un año e iguales a  $\frac{1}{16}$  del incremento interanual. En efecto,

$$\begin{aligned} \Delta y_{t,j} &= y_{t,j} - y_{t,j-1} = \frac{1}{4} \left( \frac{4-j}{4} y_{t-1} + \frac{j}{4} y_t - \frac{4-(j-1)}{4} y_{t-1} - \frac{j-1}{4} y_t \right) = \\ &= \frac{1}{16} \left( (j-j+1) y_t - (-4+j+4-j+1) y_{t-1} \right) = \frac{1}{16} (y_t - y_{t-1}) = \frac{1}{16} \Delta y_t \end{aligned}$$

En una segunda etapa, cada uno de los valores trimestrales se caracteriza de acuerdo al modelo de Tendencia Cíclica donde el índice  $t$  se refiere a cada año y para los trimestres  $j = 1, 2, 3, 4$ :

$$\begin{aligned} y_{t,j} &= T_{t,j} + e_{t,j} \\ T_{t,j} &= \mu + T_{t,j-1} + C_{t,j-1} \\ \phi(L)C_{t,j} &= \varepsilon_{t,j} \end{aligned} \tag{A3.1}$$

Nótese que para cada  $j = 1$ , en la segunda ecuación de (A3.1), aparecen los términos  $T_{t,0}$  y  $C_{t,0}$ , que toman valores en el cuarto trimestre del año anterior, esto es,  $T_{t,0} = T_{t-1,4}$ , y  $C_{t,0} = C_{t-1,4}$ .

Tomando incrementos en la tendencia respecto del trimestre anterior tenemos que  $\Delta T_{t,j} = T_{t,j} - T_{t,j-1} = \mu + C_{t,j-1}$  y  $E[\Delta T_{t,j}] = \mu$ , el crecimiento medio intertrimestral. En diferencias, la primera ecuación relativa a  $y_{t,j}$  queda

como  $\Delta y_{t,j} = \Delta T_{t,j} + \Delta e_{t,j}$  y  $E[\Delta y_{t,j}] = \mu$  ya que  $E[\Delta e_{t,j}] = 0$ . A su vez  $\Delta y_{t,j} = \frac{1}{16} \Delta y_t$ ,

de donde  $E[\Delta y_{t,j}] = E[\frac{1}{16} \Delta y_t]$  y  $E[\frac{1}{4} \Delta y_t] = 4\mu$ , es decir, a lo largo de los

cuatro trimestres de un año y con respecto a los trimestres del año anterior, el crecimiento es igual al crecimiento medio interanual. Si sumamos a lo largo

de un año completo tendríamos que  $\sum_{j=1}^4 \Delta y_{t,j} = \sum_{j=1}^4 \frac{1}{16} \Delta y_t = \sum_{j=1}^4 \Delta T_{t,j} + \sum_{j=1}^4 \Delta e_{t,j}$ , de

donde  $\frac{1}{4} \Delta y_t = \sum_{j=1}^4 \Delta T_{t,j} + \sum_{j=1}^4 \Delta e_{t,j}$ . Tomando esperanzas  $E\left[\frac{1}{4} \Delta y_t\right] = E\left[\sum_{j=1}^4 \Delta T_{t,j}\right] +$

$+ E\left[\sum_{j=1}^4 \Delta e_{t,j}\right] = 4\mu$ . En este sentido hay coherencia entre la serie auxiliar y el

componente tendencial que adoptaremos como serie trimestralizada, ya que ambas mantienen en los cuatro trimestres el mismo crecimiento medio interanual de la serie anual que es igual a  $4\mu$ .

Respecto a la coherencia en niveles, no se mantiene exactamente pero sí, como en el caso de los crecimientos, en media. Tenemos que

$\sum_{j=1}^4 y_{t,j} = \sum_{j=1}^4 T_{t,j} + \sum_{j=1}^4 e_{t,j}$ , por lo que la discrepancia entre la suma a lo largo de un año de la serie que adoptamos como trimestralizada  $\sum_{j=1}^4 T_{t,j}$  y  $\sum_{j=1}^4 y_{t,j}$  es igual a  $\sum_{j=1}^4 e_{t,j}$  cuya esperanza es nula.

Del modo propuesto, la serie trimestral auxiliar que empleamos como entrada es compatible con el modelo de Tendencia Cíclica utilizado posteriormente para hallar un componente trimestral cuyos crecimientos intertri-

mestrales son coherentes en media con el crecimiento interanual de la serie anual. La tendencia  $T_{t,j}$  constituye entonces una estimación trimestral que resulta de la acumulación del crecimiento medio  $\mu$  y de la variación de tipo cíclico  $C_{t,j}$ .

#### Apéndice 4. Representación y estimación de los modelos de cambio de régimen markoviano en el espacio de los estados

En el capítulo 6 hemos utilizado modelos con cambio de régimen según Markov, siguiendo a Hamilton (1989). El tipo de modelización utilizada resulta de combinar dos conceptos aparentemente no relacionados como son los procesos de Markov y la inestabilidad paramétrica. Normalmente se supone la estabilidad paramétrica tanto en modelos lineales como no lineales aun cuando ésta debe ser contrastada y, eventualmente, modelizada. Por ejemplo, para modelos lineales el conocido contraste de Chow se aplica cuando se conoce la fecha en la que se produce un cambio paramétrico determinado. Cuando tienen lugar más de uno de estos cambios y sus fechas son desconocidas, Goldfeld y Quandt (1973) proponen modelizar los cambios entre dos o más modelos de regresión o *regímenes* como un proceso o cadena de Markov. La permanencia o cambio en determinado régimen resulta probabilística y, dada su caracterización como un proceso de Markov de primer orden, la probabilidad de cambiar en  $t$  a otro régimen depende del régimen previamente *activado*.

La exposición que sigue está basada en Kim y Nelson (1999) quienes proceden a estimar modelos con cambio paramétrico conforme a procesos de Markov en el ámbito de espacio de estados que es el enfoque que hemos seguido en el capítulo 6 (puede consultarse también Cendejas, 2001).

La caracterización como un proceso de Markov de primer orden consiste en suponer que el régimen  $S_t$  (de naturaleza no observable) en el que estamos en  $t$ , depende del régimen en que estuvimos en  $t-1$ ,  $t-2$ ,  $t-3$ , ..., sólo a través del régimen más reciente  $S_{t-1}$ , limitando nuestro interés a su realización previa. Con dos regímenes (para simplificar)  $S_t = \{a, b\}$ , estaremos, por tanto, interesados en las siguientes probabilidades condicionadas:  $p(S_t = a / S_{t-1} = a) = p_{aa}$ ,  $p(S_t = a / S_{t-1} = b) = p_{ba}$ ,  $p(S_t = b / S_{t-1} = a) = p_{ab}$  y  $p(S_t = b / S_{t-1} = b) = p_{bb}$ . Nótese que  $p_{aa} = 1 - p_{ab}$  y que  $p_{bb} = 1 - p_{ba}$ . Estas probabilidades de transición se ordenan en la matriz de transición  $P = \begin{bmatrix} p_{aa} & p_{ba} \\ p_{ab} & p_{bb} \end{bmatrix}$  cuyas columnas están restringidas lógicamente para sumar la unidad.

Multiplicando  $P$  por el vector de probabilidades de  $t - 1$ , obtenemos las probabilidades predichas de estar en el régimen  $a$  o  $b$  en  $t$ .

$$\begin{pmatrix} p(S_t = a) \\ p(S_t = b) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} p_{aa} & p_{ba} \\ p_{aa} & p_{ba} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p(S_{t-1} = a) \\ p(S_{t-1} = b) \end{pmatrix} \quad (\text{A4.1})$$

Por definición, el par de probabilidades incondicionadas, también denominadas ergódicas o de estado estacionario  $\pi = [p_a p_b]$ , ha de permanecer constante al multiplicarse por la matriz de transición, esto es,  $\pi = P\pi$ , de donde tendríamos que  $(I - P)\pi = 0$ . Además, las probabilidades ergódicas suman uno,  $1' \pi = 1$ . Combinando estas dos ecuaciones tenemos que  $\begin{bmatrix} I - P \\ 1' \end{bmatrix} \pi = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  que da lugar a  $p_a = \frac{1 - p_{bb}}{2 - p_{aa} - p_{bb}}$  y  $p_b = \frac{1 - p_{aa}}{2 - p_{aa} - p_{bb}}$ .

Consideremos dos sistemas lineales dinámicos,  $a$  y  $b$ , de los mismos vectores de variables observadas, tanto endógenas  $y_t$ , como exógenas  $z_t$ . En el espacio de los estados el sistema  $a$  es:

$$y_t = H_a \beta_t + A_a z_t + e_t \quad (\text{A4.2})$$

$$\beta_t = \mu_a + F_a \beta_{t-1} + G_a v_t \quad (\text{A4.3})$$

donde  $\begin{pmatrix} e_t \\ v_t \end{pmatrix} \sim N\left(0, \begin{pmatrix} R_a & 0 \\ 0 & Q_a \end{pmatrix}\right)$ .

Y el sistema  $b$  es:

$$y_t = H_b \beta_t + A_b z_t + e_t \quad (\text{A4.4})$$

$$\beta_t = \mu_b + F_b \beta_{t-1} + G_b v_t \quad (\text{A4.5})$$

donde  $\begin{pmatrix} e_t \\ v_t \end{pmatrix} \sim N\left(0, \begin{pmatrix} R_b & 0 \\ 0 & Q_b \end{pmatrix}\right)$ .

En cada  $t$  sólo uno de los dos sistemas está *operativo* generando las variables observables  $y_t$ . La función de densidad de  $y_t$  está condicionada al conjunto de información disponible  $\psi_{t-1}$  y, debido a la caracterización como proceso de Markov, a  $S_t$  y  $S_{t-1}$ . Esta función de densidad es:

$$f(y_t / \psi_{t-1}) = \sum_{j=a,b} \sum_{i=a,b} f(y_t, S_t = j, S_{t-1} = i / \psi_{t-1}) \quad (\text{A4.6})$$

O dicho de otra forma, tenemos que es igual a la suma de las cuatro densidades dada la existencia de las cuatro sucesiones de regímenes  $\{\{i = a, j = a\}, \{i = a, j = b\}, \{i = b, j = a\}, \{i = b, j = b\}\}$ . Por la definición de probabilidad condicionada sabemos que:

$$f(y_t/S_t = j, S_{t-1} = i, \psi_{t-1}) = \frac{f(y_t, S_t = j, S_{t-1} = i/\psi_{t-1})}{p(S_t = j, S_{t-1} = i, \psi_{t-1})} \quad (\text{A4.7})$$

Y por la independencia y ser el proceso de Markov de primer orden, tenemos que:

$$p(S_t = j/S_{t-1} = i) = \frac{p(S_t = j, S_{t-1} = i/\psi_{t-1})}{p(S_{t-1} = i/\psi_{t-1})} \quad (\text{A4.8})$$

Combinando (A4.7) y (A4.8) y sustituyendo en (A4.6) se obtiene que:

$$f(y_t / \psi_{t-1}) = \sum_{j=a,b} \sum_{i=a,b} f(y_t/S_t = j, S_{t-1} = i, \psi_{t-1}) p(S_t = j/S_{t-1} = i) p(S_{t-1} = i/\psi_{t-1}) \quad (\text{A4.9})$$

De otro lado, debe tenerse presente el siguiente proceso que resulta de la operación de los sistemas  $a$  y  $b$  suponiendo conocidos los parámetros:

a) En  $t = 0$  se establecen las condiciones iniciales para el vector de estados  $\beta_{0/0}^j$  y su matriz de covarianzas  $P_{0/0}^j$  para  $j = a, b$ . Asimismo, se suponen unas probabilidades de realización de los regímenes iguales a las ergódicas ( $p_a, p_b$ ). Con este tipo de información se pueden realizar predicciones para  $t = 1$  tanto del vector de estados  $\beta_{1/0}^{(ij)} = \mu_j + F_j \beta_{0/0}^i$ , en número de cuatro, como de su matriz de covarianzas  $\beta_{1/0}^{(ij)} = F_j P_{0/0}^i F_j' + G_j Q_j G_j'$ , también cuatro. Estos elementos se corresponden con la realización de una de las siguientes trayectorias  $\{\{aa\}, \{ab\}, \{ba\}, \{bb\}\}$  con probabilidades predichas que sólo ahora, en  $t = 0$ , coinciden con las probabilidades de transición:  $p(S_1 = a/S_0 = a)$ ,  $p(S_1 = a/S_0 = b)$ ,  $p(S_1 = b/S_0 = a)$  y  $p(S_1 = b/S_0 = b)$ . Nótese que  $p(S_0 = a/\psi_0) = p_a$  y que  $p(S_0 = b/\psi_0) = p_b$  dado que  $\pi = P\pi$ .

b) En  $t = 1$  contamos con  $\psi_1 = \{y_1, z_1\}$  y la primera *activación* efectiva, bien del régimen  $a$ , bien del  $b$ . Dada esta primera realización, podríamos calcular los cuatro vectores de errores de predicción  $\eta_{1/0}^{(ij)} = y_1 + H_j \beta_{1/0}^{(ij)} - A_j z_1$ , sus cuatro varianzas  $f_{1/0}^{(ij)} = H_j P_{1/0}^{(ij)} H_j' + R_j$ , los cuatro vectores de estado actualizados  $\beta_{1/1}^{(ij)} = \beta_{1/0}^{(ij)} + P_{1/0}^{(ij)} H_j' [f_{1/0}^{(ij)}]^{-1} \eta_{1/0}^{(ij)}$  y sus

cuatro matrices de covarianzas  $P_{1/1}^{(ij)} = (I - P_{1/0}^{(ij)} H_j' [f_{1/0}^{(ij)}]^{-1} H_j) P_{1/0}^{(ij)}$ , todo ello para  $i, j = a, b$ . Con  $\psi_1$  puede calcularse, ahora (en  $t = 1$ ), la probabilidad de que estemos en uno de los dos regímenes. En este caso las probabilidades filtradas, que tienen en cuenta el conjunto de información  $\psi_1$ , responden a:

$$\begin{aligned} p(S_1 = j/\psi_1) &= \sum_{i=a,b} p(S_1 = j, S_0 = i/\psi_1) = \sum_{i=a,b} \frac{f(y_1, S_1 = j, S_0 = i/\psi_0)}{f(y_1/\psi_0)} = \\ &= \sum_{i=a,b} \frac{f(y_1/S_1 = j, S_0 = i, \psi_0) p(S_1 = j, S_0 = i/\psi_0)}{f(y_1/\psi_0)} \end{aligned} \quad (\text{A4.10})$$

Una vez que se han calculado éstas, se está en condiciones de hacer predicciones para  $t = 2$  sobre la realización de  $S_2$ , es decir, la realización de una de las siguientes trayectorias  $\{\{aaa\}, \{aab\}, \{aba\}, \{abb\}, \{baa\}, \{bab\}, \{bba\}, \{bbb\}\}$ . Las probabilidades predichas de ambos regímenes se obtienen multiplicando la matriz de transición por las probabilidades filtradas de (A4.10). Debido a la caracterización como proceso de Markov basta con considerar  $p(S_1 = j/\psi_1)$ , para  $j = a, b$  sin remontarse a los periodos anteriores, en concreto a  $t = 0$ . En

consecuencia tenemos que  $\begin{pmatrix} p(S_2 = a/\psi_1) \\ p(S_2 = b/\psi_1) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} p_{aa} & p_{ba} \\ p_{ab} & p_{bb} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p(S_1 = a/\psi_1) \\ p(S_1 = b/\psi_1) \end{pmatrix}$ .

Adicionalmente, con  $\psi_1$  se pueden realizar predicciones del vector de estados y de su matriz de covarianzas. Pero debemos tener en cuenta que *arrastramos* los vectores de estado y sus matrices de covarianzas desde  $t = 0$  y que en  $t = 1$  contamos con cuatro vectores de estado actualizados y sus cuatro matrices de covarianzas. De acuerdo con esto, tendríamos ocho predicciones del vector de estado  $\beta_{2/1}^{(h,i,j)} = \mu_j + F_j \beta_{1/1}^{(h,i)}$  y ocho de las matrices de covarianzas  $P_{2/1}^{(h,i,j)} = F_j P_{1/1}^{(h,i)} F_j' G_j Q_j G_j'$  correspondientes al conjunto de trayectorias  $\{\{aaa\}, \{aab\}, \{aba\}, \{abb\}, \{baa\}, \{bab\}, \{bba\}, \{bbb\}\}$ .

- c) En  $t = 2$  disponemos del conjunto de información  $\psi_2 = \{\psi_1, y_2, z_2\}$  y la segunda realización efectiva, bien de  $a$ , bien de  $b$ . Como antes, podríamos calcular ocho vectores de errores de predicción  $\eta_{2/1}^{(h,i,j)} = y_2 + H_j \beta_{2/1}^{(h,i,j)} - A z_2$  y sus ocho matrices de covarianzas  $f_{2/1}^{(h,i,j)} = H_j P_{2/1}^{(h,i,j)} H_j' + R_j$ . Además, tendríamos ocho vectores de estado actualizados  $\beta_{2/2}^{(h,i,j)} = \beta_{2/1}^{(h,i,j)} + P_{2/1}^{(h,i,j)} H_j' [f_{2/1}^{(h,i,j)}]^{-1} \eta_{2/1}^{(h,i,j)}$  y sus ocho matrices de covarianzas  $P_{2/2}^{(h,i,j)} = (I - P_{2/1}^{(h,i,j)} H_j' [f_{2/1}^{(h,i,j)}]^{-1} H_j) P_{2/1}^{(h,i,j)}$ . Todos ellos para  $h, i, j = a, b$ .

Por lo que respecta a las probabilidades filtradas para  $t = 2$  y a las predichas para  $t = 3$ , este problema no aparece debido a la caracterización como proceso de Markov. Las probabilidades predichas pueden calcularse aplicando la misma expresión de  $b$ ) cambiando convenientemente los subíndices.

Vemos en consecuencia que, con dos regímenes, en cada iteración del filtro de Kalman se dobla el número de vectores y matrices de predicción y de actualización (y, en general, con  $M$  regímenes, se multiplicarían por  $M$ ). Para hacer el filtro de Kalman operativo es necesario reducir la dimensión, esto se logra colapsando los  $(2 \times 2)$  vectores de estado y sus matrices de covarianzas actualizados en dos elementos<sup>24</sup>. Por ejemplo, si tenemos cuatro vectores de estado actualizados  $\beta_{it}^{(ij)} = E[\beta_t/S_t = j, S_{t-1} = i, \psi_t]$ , se sustituyen por dos vectores de estado actualizados:

$$\beta_{it}^j = E[\beta_t/S_t = j, \psi_t] = \frac{\sum_{i=a,b} p(S_t = j, S_{t-1} = i/\psi_t) \beta_{it}^{(ij)}}{p(S_t = j/\psi_t)} \quad (\text{A4.11})$$

De igual forma sus cuatro matrices de covarianzas actualizadas  $P_{it}^{(ij)} = E[(\beta_t - \beta_{it}^{(ij)})(\beta_t - \beta_{it}^{(ij)})'/S_t = j, S_{t-1} = i, \psi_t]$  se sustituyen por dos:

$$\begin{aligned} P_{it}^j &= E[(\beta_t - E[\beta_t / S_t = j, \psi_t])(\beta_t - E[\beta_t / S_t = j, \psi_t])' / S_t = j, \psi_t] = \\ &= \frac{\sum_{i=a,b} p(S_t = j, S_{t-1} = i/\psi_t) \{P_{it}^{(ij)} + (\beta_{it}^{(ij)} - \beta_{it}^{(ij)}) (\beta_{it}^{(ij)} - \beta_{it}^{(ij)})'\}}{p(S_t = j/\psi_t)} \end{aligned} \quad (\text{A4.12})$$

Ésta constituye la aproximación de Kim (Kim y Nelson, 1999). Las fórmulas (A4.11) y (A4.12) serían exactas si  $\beta_t$  y  $P_t$  se distribuyeran según una normal. Pero para  $t > 2$ ,  $\beta_t$  y  $P_t$  son una mezcla de distribuciones normales dado el proceso de Markov que afecta a su dinámica. La aproximación (A4.11) y (A4.12) junto al proceso iterativo expuesto en  $a$ ),  $b$ ) y  $c$ ) para todo  $t$ , constituye el algoritmo de Kim.

Por lo que respecta a la estimación de los sistemas  $a$  y  $b$ , en cada una de las iteraciones del filtro de Kalman se calcula el logaritmo de la densidad  $\ln(f(y_t/\psi_{t-1})) = \ln(\sum_{j=a,b} \sum_{i=a,b} f(y_t, S_t = j, S_{t-1} = i/\psi_{t-1}))$  y se suma para todo  $t$ . La verosi-

---

24. En su lugar se podrían colapsar 8 términos en 4, 16 en 8, etc., para obtener aproximaciones más precisas con el coste de aumentar exponencialmente la carga computacional.



militud se maximiza respecto de todos los parámetros de las matrices de ambos sistemas y de las probabilidades de transición. Para ello, y teniendo en cuenta (A4.9), se utiliza la descomposición del error de predicción:

$$f(y_t/S_t = j, S_{t-1} = i, \psi_{t-1}) = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} |f_{t|t-1}^{(ij)}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\eta_{t|t-1}^{(ij)'} f_{t|t-1}^{(ij)} \eta_{t|t-1}^{(ij)}\right\} \quad (\text{A4.13})$$

para  $i, j = a, b$ , donde  $\eta_{t|t-1}^{(ij)} = y_t - H_j \beta_{t|t-1}^{(ij)} - A_j z_t$ ,  $f_{t|t-1}^{(ij)} = H_j P_{t|t-1}^{(ij)} H_j' + R_j$  y  $N$  es la dimensión del vector  $y_t$ .

# Bibliografía

- BARRO, R. J. (1991): «Economic Growth in a Cross Section of Countries», *The Quarterly Journal of Economics*, 2, vol. 106, págs. 407-443.
- (1997): *Determinants of Economic Growth. A Cross-Country Empirical Study*, Cambridge, Mass., The MIT Press.
- y X. SALA-I-MARTIN (1991): «Convergence Across States and Regions», *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, págs. 107-182.
- y X. SALA-I-MARTIN (1992): «Convergence», *Journal of Political Economy*, 2, vol. 100, págs. 223-251.
- y X. SALA-I-MARTIN (1995): *Economic Growth*, Nueva York, McGraw-Hill.
- BURNS, A. F. y W. C. MITCHELL (1946): *Measuring Business Cycles*, en *Studies in Business Cycles*, Nueva York, National Bureau of Economic Research.
- CARVALHO, V. M. y A. C. HARVEY (2003): «Growth, Cycles and Convergence in US Regional Time Series», Documento de trabajo, agosto de 2003.
- CENDEJAS BUENO, J. L. (2001): *Análisis del ciclo económico en España mediante modelos de cambio de régimen*, Universidad Autónoma de Madrid [tesis doctoral dirigida por J. del Hoyo].
- CLARK, P. K. (1987): «The Cyclical Component of US Economic Activity», *The Quarterly Journal of Economics*, 102, págs. 797-814.
- COGLEY, T. y J. M. NASON (1995): «Effects of the Hodrick-Prescott Filter on Trend and Difference Stationary Time Series. Implications for Business Cycle Research», *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 19, págs. 253-278.
- FUENTE MORENO, A. DE LA (1997): «The Empirics of Growth and Convergence», *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1, vol. 21, págs. 23-73.
- FURCERI, D. (2005): « $\beta$  and  $\sigma$ -Convergence: A Mathematical Relation of Causality», *Economic Letters*, vol. 89, págs. 212-215.
- GOLDFELD, S. M. y R. E. QUANDT (1973): «A Markov Model for Switching Regressions», *Journal of Econometrics*, vol. 1, págs. 3-16.
- GRAUWE, P. de (1992): *The economics of monetary integration*, Oxford, Oxford University Press (traducción por el Colegio de Economistas de Madrid, 1994).
- HAMILTON, J. D. (1989): «A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle», *Econometrica*, 2, vol. 57, págs. 357-384.
- HANSEN, B. (2001): «The New Econometrics of Structural Change: Dating Breaks in US Level Productivity», *Journal of Economic Perspectives*, 4, vol. 15, otoño de 2001, págs. 117-128.
- HARDING, D. y A. PAGAN (2002): «A Comparison of Two Business Cycle Dating Methods», *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 27, págs. 1681-1690.

- HARVEY, A. C. (1985): «Trend and Cycles in Macroeconomic Time Series», *Journal of Business & Economic Statistics*, 3, págs. 216-227.
- (1989): *Forecasting Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge, Cambridge University Press.
- y A. JAEGER (1993): «Detrending and the Business Cycle», *Journal of Applied Econometrics*, vol. 8, págs. 231-247.
- HOYO BERNAT, J. del y J. L. CENDEJAS BUENO (2004): «Stability Analysis in ARMA and Unobserved Component Models», *4th EUROSTAT and DG ECFIN Colloquium on Modern Tools for Business Cycle Analysis*, Luxemburgo.
- KIM, C. J. y C. R. NELSON (1999): *State-Space Models with Regime Switching*, Cambridge, The MIT Press.
- LUGINBUHL, R. y S. J. KOOPMAN (2004): «Convergence in European GDP Series: a Multivariate Common Converging Trend-cycle Decomposition», *Journal of Applied Econometrics*, vol. 19, págs. 611-636.
- MANKIW, N. G., D. ROMER y D. N. WEIL (1992): «A Contribution to the Empirics of Economic Growth», *The Quarterly Journal of Economics*, 2, vol. 107, págs. 407-437.
- MCKINNON, (1963): «Optimum Currency Areas», *American Economic Review*, 53, págs. 717-724.
- MUNDELL, R. (1961): «A Theory of Optimum Currency Areas», *American Economic Review*, 51, págs. 657-665.
- MURRAY, C. J. (2003): «Cyclical Properties of Baxter-King Filtered Time Series», *The Review of Economics and Statistics*, vol. 85, págs. 472-476.
- NELSON, C. R. (1988): «Spurious Trend and Cycle in the State Space Decomposition of a Time Series with a Unit Root», *Journal of Economic Dynamic and Control*, 12, págs. 475-488.
- RISSMAN, E. R. (2003): «Can Sectoral Labour Reallocation Explain the Jobless Recovery?», *Chicago Fed Letters*, diciembre, 197, Chicago.
- STOCK, J. H. y M. W. WATSON (1989): «New Indexes of Coincident and Leading Economic Indicators», *NBER Macroeconomics Annual*, Cambridge, MIT Press, págs. 351-94.
- y M. W. WATSON (1991): «A Probability Model of the Coincident Economic Indicators», en K. Lahiri y G.H. Moore (eds.): *Leading economic indicators. New approaches and forecasting records*, Cambridge, Cambridge University Press.
- WATSON, M. V. (1986): «Univariate Detrending Methods with Stochastic Trends», *Journal of Monetary Economics*, 18, págs. 49-75.
- YOUNG, P. C. (1994): «Time-variable Parameter and Trend Estimation in Nonstationary Economic Time Series», *Journal of Forecasting*, 13, págs. 179-210.

## N O T A   S O B R E   L O S   A U T O R E S\*

**JOSÉ LUIS CENDEJAS BUENO** es doctor en Ciencias Económicas y Empresariales por la Universidad Autónoma de Madrid (UAM). En la actualidad, es profesor contratado de Fundamentos del Análisis Económico en la Universidad Francisco de Vitoria y en la UAM. Sus investigaciones y escritos se centran en econometría y macroeconomía del ciclo económico, habiendo publicado en numerosas revistas y editoriales de reconocido prestigio (*Cuadernos de Economía*, *Revista de Economía Aplicada*, entre otros).

Correo electrónico: [joseluis.cendejas@uam.es](mailto:joseluis.cendejas@uam.es)

**JUAN LUIS DEL HOYO BERNAT** es doctor en Economía por la UAM, ingeniero superior de Telecomunicación y economista del Estado (excedente). Actualmente es catedrático de Fundamentos del Análisis Económico en la UAM. Es autor de numerosos trabajos que han sido publicados en diversos medios nacionales e internacionales.

Correo electrónico: [juan.hoyo@uam.es](mailto:juan.hoyo@uam.es)

**JESÚS GUILLERMO LLORENTE ÁLVAREZ** es doctor en Economía por la UAM y PhD en Economía por el Instituto de Tecnología de Massachusetts (MIT). En la actualidad, es profesor titular de Análisis Económico en la UAM. Los campos preferentes de investigación son econometría, series temporales y economía financiera aplicada. Sus escritos más recientes han sido publicados en diferentes revistas de carácter nacional e internacional (*Review of*

---

Cualquier comentario sobre los contenidos recogidos en esta publicación puede dirigirse a José Luis Cendejas, a través de [joseluis.cendejas@uam.es](mailto:joseluis.cendejas@uam.es).

\* Los autores agradecen la financiación recibida de la Fundación BBVA para la realización del Proyecto *Análisis de la incidencia del ciclo económico en los procesos de convergencia en Europa*, dirigido por Juan Luis del Hoyo Bernat, del que este documento es resultado. Además de los autores de este documento, formaron parte del proyecto Fernando Alonso Guinea (UCM) y Antonio Martín Arroyo (UAM).

*Financial Studies, Revista Europea de Dirección y Financiación, etc.).*

Correo electrónico: guiller@uam.es

**MANUEL MONJAS BARROSO** es doctor en Ciencias Económicas y Empresariales por la UAM. Actualmente, es profesor titular de Economía Financiera y coordinador en la UAM del Programa de Doctorado Interuniversitario en Finanzas de Empresa (UAM). Sus líneas de investigación se centran en gestión de riesgos de mercado con productos derivados, innovación financiera en mercados de deuda pública, cobertura de riesgos en empresas no financieras y evaluación de proyectos de inversión. Es autor de varios libros relacionados con las materias anteriormente reseñadas.

Correo electrónico: manuel.monjas@uam.es

**CARLOS RIVERO RODRÍGUEZ** es doctor en Matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid donde actualmente es profesor titular interino de Estadística e Investigación Operativa. Sus áreas de interés son la estadística teórica y la econometría. Sus últimos trabajos han sido publicados en revistas internacionales como *Scandinavian Journal of Statistics, Journal of Statistical Planning and Inference* y *European Journal of Operational Research*.

Correo electrónico: crivero@mat.ucm.es

# Fundación **BBVA**

## DOCUMENTOS DE TRABAJO

### NÚMEROS PUBLICADOS

- DT 01/02 *Trampa del desempleo y educación: un análisis de las relaciones entre los efectos desincentivadores de las prestaciones en el Estado del Bienestar y la educación*  
Jorge Calero Martínez y Mónica Madrigal Bajo
- DT 02/02 *Un instrumento de contratación externa: los vales o cheques. Análisis teórico y evidencias empíricas*  
Ivan Planas Miret
- DT 03/02 *Financiación capitativa, articulación entre niveles asistenciales y descentralización de las organizaciones sanitarias*  
Vicente Ortún-Rubio y Guillem López-Casasnovas
- DT 04/02 *La reforma del IRPF y los determinantes de la oferta laboral en la familia española*  
Santiago Álvarez García y Juan Prieto Rodríguez
- DT 05/02 *The Use of Correspondence Analysis in the Exploration of Health Survey Data*  
Michael Greenacre
- DT 01/03 *¿Quiénes se beneficiaron de la reforma del IRPF de 1999?*  
José Manuel González-Páramo y José Félix Sanz Sanz
- DT 02/03 *La imagen ciudadana de la Justicia*  
José Juan Toharia Cortés
- DT 03/03 *Para medir la calidad de la Justicia (I): Abogados*  
Juan José García de la Cruz Herrero
- DT 04/03 *Para medir la calidad de la Justicia (II): Procuradores*  
Juan José García de la Cruz Herrero
- DT 05/03 *Dilación, eficiencia y costes: ¿Cómo ayudar a que la imagen de la Justicia se corresponda mejor con la realidad?*  
Santos Pastor Prieto
- DT 06/03 *Integración vertical y contratación externa en los servicios generales de los hospitales españoles*  
Jaume Puig-Junoy y Pol Pérez Sust
- DT 07/03 *Gasto sanitario y envejecimiento de la población en España*  
Namkee Ahn, Javier Alonso Meseguer y José A. Herce San Miguel

- DT 01/04 *Métodos de solución de problemas de asignación de recursos sanitarios*  
Helena Ramalinho Dias Lourenço y Daniel Serra de la Figuera
- DT 01/05 *Licensing of University Inventions: The Role of a Technology Transfer Office*  
Inés Macho-Stadler, David Pérez-Castrillo y Reinhilde Veugelers
- DT 02/05 *Estimating the Intensity of Price and Non-price Competition in Banking: An Application to the Spanish Case*  
Santiago Carbó Valverde, Juan Fernández de Guevara Radoselovics, David Humphrey y Joaquín Maudos Villarroya
- DT 03/05 *Sistemas de pensiones y fecundidad. Un enfoque de generaciones solapadas*  
Gemma Abío Roig y Concepció Patxot Cardoner
- DT 04/05 *Análisis de los factores de exclusión social*  
Joan Subirats i Humet (Dir.), Ricard Gomà Carmona y Joaquim Brugué Torruella (Coords.)
- DT 05/05 *Riesgos de exclusión social en las Comunidades Autónomas*  
Joan Subirats i Humet (Dir.), Ricard Gomà Carmona y Joaquim Brugué Torruella (Coords.)
- DT 06/05 *A Dynamic Stochastic Approach to Fisheries Management Assessment: An Application to some European Fisheries*  
José M. Da-Rocha Álvarez y María-José Gutiérrez Huerta
- DT 07/05 *The New Keynesian Monetary Model: Does it Show the Comovement between Output and Inflation in the U.S. and the Euro Area?*  
Ramón María-Dolores Pedrero y Jesús Vázquez Pérez
- DT 08/05 *The Relationship between Risk and Expected Return in Europe*  
Ángel León Valle, Juan Nave Pineda y Gonzalo Rubio Irigoyen
- DT 09/05 *License Allocation and Performance in Telecommunications Markets*  
Roberto Burguet Verde
- DT 10/05 *Procurement with Downward Sloping Demand: More Simple Economics*  
Roberto Burguet Verde
- DT 11/05 *Technological and Physical Obsolescence and the Timing of Adoption*  
Ramón Caminal Echevarría
- DT 01/06 *El efecto de la inmigración en las oportunidades de empleo de los trabajadores nacionales: Evidencia para España*  
Raquel Carrasco Perea, Juan Francisco Jimeno Serrano y Ana Carolina Ortega Masagué
- DT 02/06 *Inmigración y pensiones: ¿Qué sabemos? An Application to the Spanish Case*  
José Ignacio Conde-Ruiz, Juan Francisco Jimeno Serrano y Guadalupe Valera Blanes
- DT 03/06 *A Survey Study of Factors Influencing Risk Taking Behavior: In Real World Decisions under Uncertainty*  
Manel Baucells Alibés y Cristina Rata
- DT 04/06 *Measurement of Social Capital and Growth: An Economic Methodology*  
Francisco Pérez García, Lorenzo Serrano Martínez, Vicente Montesinos Santalucía y Juan Fernández de Guevara Radoselovics

- DT 05/06 *The Role of ICT in the Spanish Productivity Slowdown*  
Matilde Mas Ivars y Javier Quesada Ibáñez
- DT 06/06 *Cross-Country Comparisons of Competition and Pricing Power in European Banking*  
David Humphrey, Santiago Carbó Valverde, Joaquín Maudos Villarroja y Philip Molyneux
- DT 07/06 *The Design of Syndicates in Venture Capital*  
Giacinta Cestone, Josh Lerner y Lucy White
- DT 08/06 *Efectos de la confianza en la información contable sobre el coste de la deuda*  
Belén Gill de Albornoz Noguera y Manuel Illueca Muñoz
- DT 09/06 *Relaciones sociales y envejecimiento saludable*  
Ángel Otero Puime, María Victoria Zunzunegui Pastor, François Béland,  
Ángel Rodríguez Laso y María Jesús García de Yébenes y Prous



Fundación **BBVA**

---

Gran Vía, 12  
48001 Bilbao  
Tel.: 94 487 52 52  
Fax: 94 424 46 21

Paseo de Recoletos, 10  
28001 Madrid  
Tel.: 91 374 54 00  
Fax: 91 374 85 22

[informacion@bbva.es](mailto:informacion@bbva.es)  
[www.bbva.es](http://www.bbva.es)

