

## DEFINICIÓN DE INDICADORES

Base de datos INTEGRA

[www.fbbva.es/bd/integracion-comercio-mundial](http://www.fbbva.es/bd/integracion-comercio-mundial)

Monografía de referencia:

***La medición de la integración comercial en una economía globalizada, Fundación BBVA, 2010***

## ÍNDICE

1. Notación básica .....	3
2. Indicadores de integración: comercio total de bienes .....	4
2.1. Grado de apertura .....	4
2.2. Grado de conexión .....	4
2.3. Grado de conexión total .....	5
2.4. Grado de integración .....	6
2.5. Indicadores globales .....	7
3. Indicadores de integración: comercio desagregado por industrias .....	8
3.1. Notación adicional .....	8
3.2. Definición de indicadores .....	9
3.2.1. Grado de apertura de la economía $i$ en la industria $k$ .....	9
3.2.2. Grado de conexión de la economía $i$ en la industria $k$ .....	9
3.2.3. Grado de integración de la economía $i$ en la industria $k$ .....	10
3.2.4. Indicadores globales .....	10
4. Indicadores de integración. Corrección por distancia .....	11
4.1. Notación adicional .....	11
4.2. Definición de indicadores .....	11
4.2.1. Grado de apertura .....	11
4.2.2. Grado de conexión .....	12
4.2.3. Grado de conexión total y grado de integración .....	13
4.2.4. Indicadores globales .....	13

## 1. Notación básica

A continuación detallamos la notación inicial para la construcción de los indicadores de integración

Los componentes de la red económica de referencia son:

- $N$ : grupo de nodos de la economía;
- $g$ : grupo de elementos en  $N$ , es decir, números de países en la muestra;
- $X_{ij}$ : flujo de la economía  $i$  a la economía  $j$ , es decir, exportaciones o importaciones del país  $i$  al país  $j$ ;
- $Y_i$ : volumen de actividad o tamaño de la economía del país  $i$ , es decir, PIB del país  $i$ .

El flujo de la economía  $i$  a la economía  $j$ ,  $X_{ij}$ , puede ser evaluado tanto a través de las exportaciones como de las importaciones de bienes o de capital, y en general puede ser evaluado mediante cualquier otro flujo medida en las mismas unidades que  $Y_i$ .

Si la orientación de la producción hacia la demanda doméstica no está sesgada, el volumen no será el mismo en cada economía, puesto que dependerá del tamaño económico relativo del país en la economía mundial. Para corregir dicho sesgo doméstico definimos  $\hat{Y}_i$  como la producción destinada a exportaciones, descontando el peso del país  $i$  en la economía mundial:

$$\hat{Y}_i = Y_i - a_i Y_i$$

donde  $a_i$  es el peso relativo de la economía  $i$  respecto al total de países incluidos en  $N$  y según la demanda considerada de las economías,  $D_i$ . Estas dos expresiones se definen así:

$$D_i = Y_i - \sum_{j \in N} X_{ij} + \sum_{j \in N} X_{ji}$$

$$a_i = D_i / \sum_{j \in N} D_j.$$

Se asume también que  $X_{ii} = 0$  para toda economía  $i \in N$ .

## 2. Indicadores de integración: comercio total de bienes

Una vez definida la notación básica, los indicadores de integración se han construido de la siguiente manera:

### 2.1. Grado de apertura

Dada una economía  $i \in N$ , definimos su *grado de apertura*,  $GA_i$ , como

$$GA_i = \sum_{j \in N} GA_{ij} = \frac{\sum_{j \in N} X_{ij}}{\hat{Y}_i} \quad (1)$$

El grado de apertura presenta por definición valores positivos. Un valor inferior a uno indica que la economía está *infraabierto* al mundo (sus exportaciones son menores de las que deberían ser de acuerdo a su peso en el PIB mundial); un valor mayor que uno indica una *sobreapertura* a los mercados mundiales (las exportaciones de la economía  $i$  al mundo son mayores de las que corresponde a su peso económico).

### 2.2. Grado de conexión

En la red de comercio mundial, el flujo relativo de la economía  $i$  a la economía  $j$  en términos de flujo total de la economía  $i$  se expresa como:

$$\alpha_{ij} = \frac{X_{ij}}{\sum_{j \in N} X_{ij}} \quad (2)$$

(es necesario recordar que hemos asumido  $X_{ii} = 0$ ). Definimos  $A = (\alpha_{ij})$  como la matriz de flujos relativos.

Adicionalmente, asumimos que una economía que pertenece a una red perfectamente conectada emitirá al resto de economías flujos proporcionales al tamaño de la economía receptora. En otras palabras, una economía mundial está perfectamente conectada si el flujo de la economía  $i$  a la economía  $j$  es igual a  $\beta_{ij} \hat{Y}_i$  donde,

$$\beta_{ij} = \frac{D_j}{\sum_{k \in N/i} D_k} \quad (3)$$

es el peso relativo de la economía  $j$  en la economía mundial (excluyendo el peso de  $i$ ). Suponemos que  $\beta_{ii} = 0$ . Definimos  $B = (\beta_{ij})$  como la matriz de pesos relativos.

*Recordemos: Por definición, verificamos que  $\sum_{j \in N} \alpha_{ij} = \sum_{j \in N} \beta_{ij} = 1$ , por lo que las matrices  $A$  y  $B$  definen una cadena de Markov y se puede demostrar que se trata de cadenas recurrentes irreducibles aperiódicas.*

A partir de las matrices definidas anteriormente podemos definir indicadores que midan la distancia entre la distribución real de los flujos y los que corresponderían a un mundo perfectamente conectado. Un posible indicador es el coseno del ángulo entre el vector de flujos reales y el vector de flujos del mundo perfectamente conectado. Dada una economía  $i \in N$ , el *grado de conexión* se define de la siguiente manera:

$$GC_i = \frac{\sum_{j \in N} \alpha_{ij} \beta_{ij}}{\sqrt{\sum_{j \in N} (\alpha_{ij})^2} \sqrt{\sum_{j \in N} (\beta_{ij})^2}} \quad (4)$$

El  $GC$  se encuentra acotado entre 0 y 1, y dado que ambos vectores toman valores no negativos, el  $GC$  estará próximo a 1 si la economía está muy conectada, es decir, si los mayores flujos van hacia las economías más grandes; tomará valores próximos a 0 en el caso de que los principales flujos estén dirigidos hacia las economías más pequeñas.

### 2.3. Grado de conexión total

Parte de los flujos que van de la economía  $i$  a la  $j$  pueden pasar en el proceso por terceras economías. Dichos flujos indirectos también contribuyen a la integración, por lo que deben ser considerados a la hora de medir el *grado de conexión total* de las economías.

Definimos  $\gamma_i = 1 - \frac{X_i}{Y_i + \sum_{j \in N} X_{ji}} \in (0,1)$  como la proporción media de flujos de la

economía  $i$  a la  $j$  que permanecen como consumo final. Así,  $1 - \gamma_i$  representa la proporción de flujo que la economía de destino vuelve a vender, posiblemente tras alguna transformación. Alternativamente, el inverso de  $\gamma_i$  se puede describir

con el número medio de transacciones que un flujo experimenta desde su emisión inicial hasta su destino final.

Sea  $\Gamma$  la matriz cuadrada diagonal de las proporciones directas cuyo término  $ii$  es igual a  $\gamma_i$ , y en la cual los términos  $ij$ , siempre que  $i \neq j$ , son iguales a 0. El flujo total que una economía  $i$  envía a otra economía  $j$  es la suma de los flujos directos e indirectos, que pueden estimarse así:

$$A^\infty = (\alpha_{ij}^\infty) = \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma(I - \Gamma)^{n-1} A^n \quad (5)$$

$$B^\infty = (\beta_{ij}^\infty) = \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma(I - \Gamma)^{n-1} B^n \quad (6)$$

donde  $I$  es una matriz identidad de orden  $g$ .

Dadas las expresiones definidas, el grado de conexión total se expresa así:

$$GCT_i = \frac{\sum_{j \in N} \alpha_{ij}^\infty \beta_{ij}^\infty}{\sqrt{\sum_{j \in N} (\alpha_{ij}^\infty)^2} \sqrt{\sum_{j \in N} (\beta_{ij}^\infty)^2}} \quad (7)$$

El  $GCT$  mide de nuevo la distancia de los flujos reales de una economía a los que corresponderían a un mundo perfectamente conectado, de modo idéntico al  $GC$ . El grado de conexión total será cercano a 1 cuando los flujos de una economía sean proporcionales al tamaño de las economías de destino y cercano a cero si las economías grandes no reciben bienes y son todos absorbidos por las pequeñas. El  $GCT$  de las economías es función decreciente de  $\gamma$ : cuanto mayor es el peso de los flujos indirectos, mayor será el  $GCT$ .

## 2.4. Grado de integración

Dada una economía  $i \in N$ , el *grado de integración* de una economía se define como la media geométrica de su grado de apertura y su grado de conexión. El grado integración depende de ambos, de la apertura de la economía y del equilibrio en los flujos directos e indirectos:

$$GI_i = \sqrt{\min(GA_i, 1/GA_i) \cdot GC_i} \quad (8)$$

## 2.5. Indicadores globales

Los indicadores globales resumen la integración de la red mundial de comercio. Para ello, el peso de cada economía en la demanda de la red,  $a_i = D_i / \sum_{j \in N} D_j$ , se tiene en cuenta a la hora de definir los indicadores globales:

$$\textit{Grado de apertura mundial:} \quad GAM = \sum_{i \in N} a_i GA_i \quad (9)$$

$$\textit{Grado de conexión mundial:} \quad GCM = \sum_{i \in N} a_i GC_i \quad (10)$$

$$\textit{Grado de conexión total mundial:} \quad GCTM = \sum_{i \in N} a_i GCT_i \quad (11)$$

$$\textit{Grado de integración mundial:} \quad GIM = \sum_{i \in N} a_i GI_i \quad (12)$$

### 3. Indicadores de integración: comercio desagregado por industrias

#### 3.1. Notación adicional

Extendemos la notación básica inicial incluyendo los siguientes conceptos:

- $X_{ij}^k$ : Exportaciones de productos de la industria  $k$  de la economía  $i$  a la economía  $j$ .
- $M_{ij}^k$ : Importaciones de productos de la industria  $k$  de la economía  $i$  a la economía  $j$ .

Sea  $X_i^k = \sum_{j \in N} X_{ij}^k$  el total de exportaciones de la industria  $k$  de la economía  $i$  y sean  $M_i^k = \sum_{j \in N} M_{ij}^k$  las importaciones equivalentes.

Dado que  $PB_i^k$  es la producción bruta de  $i$  en la industria  $k$ ,  $D_i^k$  es la demanda interna de dicho producto, es decir,  $D_i^k = PB_i^k - X_i^k + M_i^k$ .

Además, definimos  $a_i^k$  como el peso relativo de un país en la demanda mundial de la industria  $k$ , expresado  $a_i^k = D_i^k / \sum_{j \in N} D_j^k$ . Considerando este término, la producción de la economía  $i$  de la industria  $k$ , una vez eliminado el sesgo doméstico<sup>1</sup>, se define como:

$$\hat{Y}_i^k = (1 - a_i^k)(PB_i^k + M_i^k)$$

---

<sup>1</sup> Si  $D_i^k \leq 0$ , entonces  $D_i^k = a_i^k = 0$  y el  $GA_i^k = 1$ .

## 3.2. Definición de indicadores

### 3.2.1. Grado de apertura de la economía $i$ en la industria $k$

Dadas las expresiones anteriores, el grado de apertura de la economía  $i$  en la industria  $k$  se define como:

$$GA_i = \frac{X_i^k}{\hat{Y}_i^k} \quad (13)$$

El grado de apertura presenta por definición valores positivos. Un valor inferior a uno indica que la economía está *infraabierta* al mundo (sus exportaciones son menores de las que deberían ser de acuerdo a su peso en el PIB mundial); un valor mayor que uno indica una *sobreapertura* a los mercados mundiales (las exportaciones de la economía  $i$  al mundo son mayores de las que corresponde a su peso económico).

### 3.2.2. Grado de conexión de la economía $i$ en la industria $k$

En la red económica, el flujo relativo entre  $i$  y  $j$  de productos de la industria  $k$  respecto al total de flujos de productos  $k$  de la economía  $i$  se define como:

$$\alpha_{ij}^k = \frac{X_{ij}^k}{X_i^k} \quad (14)$$

(recordemos que se asume  $X_{ii}^k = 0$ ). Sea  $A_k = (\alpha_{ij}^k)$  la matriz de flujos relativos del sector  $k$ .

Suponemos adicionalmente que una economía perfectamente conectada emitirá flujos proporcionales a la demanda del país receptor de cada flujo. Es decir, estará perfectamente conectada si el flujo de  $i$  a  $j$  en la industria  $k$  es igual a  $\beta_{ij}^k \hat{Y}_i^k$ , donde:

$$\beta_{ij}^k = \frac{D_j^k}{\sum_{l \in N \setminus i} D_l^k} \quad (15)$$

Sea  $B_k = (\beta_{ij}^k)$  la matriz de demandas relativas, siendo  $\beta_{ii}^k = 0$ .

A partir de las matrices definidas anteriormente podemos definir indicadores que midan la distancia entre la distribución real de los flujos y los que corresponderían a un mundo perfectamente conectado. Dada una economía

$i \in N$ , el grado de conexión para una industria  $k$  se define de la siguiente manera:

$$GC_i^k = \frac{\sum_{j \in N} \alpha_{ij}^k \beta_{ij}^k}{\sqrt{\sum_{j \in N} (\alpha_{ij}^k)^2} \sqrt{\sum_{j \in N} (\beta_{ij}^k)^2}} \quad (16)$$

El  $GC$  se encuentra acotado entre 0 y 1, y dado que ambos vectores toman valores no negativos, el  $GC$  estará próximo a 1 si la economía está muy conectada, es decir, si los mayores flujos van hacia las economías más grandes; tomará valores próximos a 0 en el caso de que los principales flujos estén dirigidos hacia las economías más pequeñas.

### 3.2.3. Grado de integración de la economía $i$ en la industria $k$

Dada una economía  $i \in N$ , el *grado de integración* de la industria  $k$  de una economía se define como la media geométrica de su grado de apertura y su grado de conexión. Así el grado de integración depende de ambos, de la apertura de una economía de una industria  $k$  determinado y del equilibrio de los flujos directos e indirectos:

$$GI_i^k = \sqrt{\min(GA_i^k, 1/GA_i^k) \cdot GC_i^k} \quad (17)$$

### 3.2.4. Indicadores globales

Los indicadores globales resumen la integración de la red mundial de comercio. Para ello, el peso de la industria  $k$  cada economía en la demanda de la red,  $a_i^k = D_i^k / \sum_{j \in N} D_j^k$ , se tiene en cuenta a la hora de definir los indicadores globales:

$$\text{Grado de apertura mundial de la industria } k: \quad GAM^k = \sum_{i \in N} a_i^k GA_i^k \quad (18)$$

$$\text{Grado de conexión mundial de la industria } k: \quad GCM^k = \sum_{i \in N} a_i^k GC_i^k \quad (19)$$

$$\text{Grado de integración mundial de la industria } k: \quad GIM^k = \sum_{i \in N} a_i^k GI_i^k \quad (20)$$

## 4. Indicadores de integración. Corrección por distancia

La distancia geográfica entre países tiene un efecto significativo sobre los flujos de comercio. Este hecho puede incluirse en los indicadores que miden la integración internacional. Los nuevos parámetros y la incorporación de los mismos a los indicadores se definen como sigue.

### 4.1. Notación adicional

Los nuevos elementos de la red económica de referencia son:

- $\theta$ : parámetro no negativo que mide el impacto de la distancia;
- $d_{ij}$ : la distancia geográfica entre las economías  $i$  y  $j$ , donde  $d_{ii}$  es la distancia interna de la economía  $i$ .

Así,  $\hat{Y}_i = Y_i - r_i Y_i$ , donde  $r_i$  es el peso relativo de la economía  $i$  respecto al total mundial de  $N$  países en el que la corrección por distancia se ha efectuado:

$$r_i = (D_i / d_{ii}^\theta) / \sum_{j \in N} (D_j / d_{ij}^\theta). \quad (21)$$

### 4.2. Definición de indicadores

#### 4.2.1. Grado de apertura

Dada una economía  $i \in N$ , definimos su grado de apertura,  $GA_i$ , como

$$GA_i^* = \sum_{j \in N} GA_{ij} = \frac{\sum_{j \in N} X_{ij}}{\hat{Y}_i} \quad (22)$$

El grado de apertura presenta por definición valores positivos. Un valor inferior a uno indica que la economía está *infraabierto* al mundo (sus exportaciones son menores de las que deberían ser de acuerdo a su peso en el PIB mundial, una vez corregido el papel de la distancia); un valor mayor que uno indica una *sobreapertura* a los mercados mundiales (las exportaciones de la

economía  $i$  al mundo son mayores de las que corresponde a su peso económico ajustado por distancia).

#### 4.2.2. Grado de conexión

En la red de comercio mundial, el flujo relativo de la economía  $i$  a la economía  $j$  en términos de flujo total de la economía  $i$  se expresa como:

$$\alpha_{ij} = \frac{X_{ij}}{\sum_{j \in N} X_{ij}} \quad (23)$$

(es necesario recordar que hemos asumido  $X_{ii} = 0$ ). Definimos  $A = (\alpha_{ij})$  como la matriz de flujos relativos.

Adicionalmente, asumimos que una economía que pertenece a una red perfectamente conectada emitirá al resto de economías flujos proporcionales al tamaño de la economía receptora. En otras palabras, una economía mundial está perfectamente conectada si el flujo de la economía  $i$  a la economía  $j$  es igual a  $\beta_{ij} \hat{Y}_i$  donde,

$$\beta_{ij} = \frac{D_j / d_{ij}^\theta}{\sum_{k \in N/i} (D_k / d_{ik}^\theta)} \quad (24)$$

es el peso relativo de la economía  $j$  en la economía mundial (excluyendo el peso de  $i$ ) en la que las distancias han sido corregidas. Suponemos que  $\beta_{ii} = 0$ . Definimos  $B = (\beta_{ij})$  como la matriz de pesos relativos.

*Recordemos: Por definición, verificamos que  $\sum_{j \in N} \alpha_{ij} = \sum_{j \in N} \beta_{ij} = 1$ , por lo que las matrices  $A$  y  $B$  definen una cadena de Markov y se puede demostrar que se trata de cadenas recurrentes irreducibles aperiódicas.*

A partir de las matrices definidas anteriormente podemos definir indicadores que midan la distancia entre la distribución real de los flujos y los que corresponderían a un mundo perfectamente conectado. Dada una economía  $i \in N$ , el grado de conexión se define de la siguiente manera:

$$GC_i^* = \frac{\sum_{j \in N} \alpha_{ij} \beta_{ij}}{\sqrt{\sum_{j \in N} (\alpha_{ij})^2} \sqrt{\sum_{j \in N} (\beta_{ij})^2}} \quad (25)$$

El  $GC$  se encuentra acotado entre 0 y 1, y dado que ambos vectores toman valores no negativos, el  $GC$  estará próximo a 1 si la economía está muy conectada, es decir, si los mayores flujos van hacia las economías más grandes; tomará valores próximos a 0 en el caso de que los principales flujos estén dirigidos hacia las economías más pequeñas.

#### 4.2.3. Grado de conexión total y grado de integración

El  $GC$ ,  $GCT$  y  $GI$  se definen según (4), (7) y (8), respectivamente. La definición de  $\gamma_i$ , que se utiliza para construir el grado de conexión total, es la misma que en la sección 2.3.

#### 4.2.4. Indicadores globales

Los indicadores globales resumen la integración de la red mundial de comercio. Para ello, el peso de cada economía  $i$  en la demanda de la red,  $a_i = D_i / \sum_{j \in N} D_j$ , se tiene en cuenta a la hora de definir los indicadores globales en un mundo en el que la corrección por distancia geográfica entre países ha sido efectuada:

$$\text{Grado de apertura mundial:} \quad GAM^* = \sum_{i \in N} a_i GA_i \quad (26)$$

$$\text{Grado de conexión mundial:} \quad GCM^* = \sum_{i \in N} a_i GC_i \quad (27)$$

$$\text{Grado de integración mundial:} \quad GIM^* = \sum_{i \in N} a_i GI_i \quad (28)$$